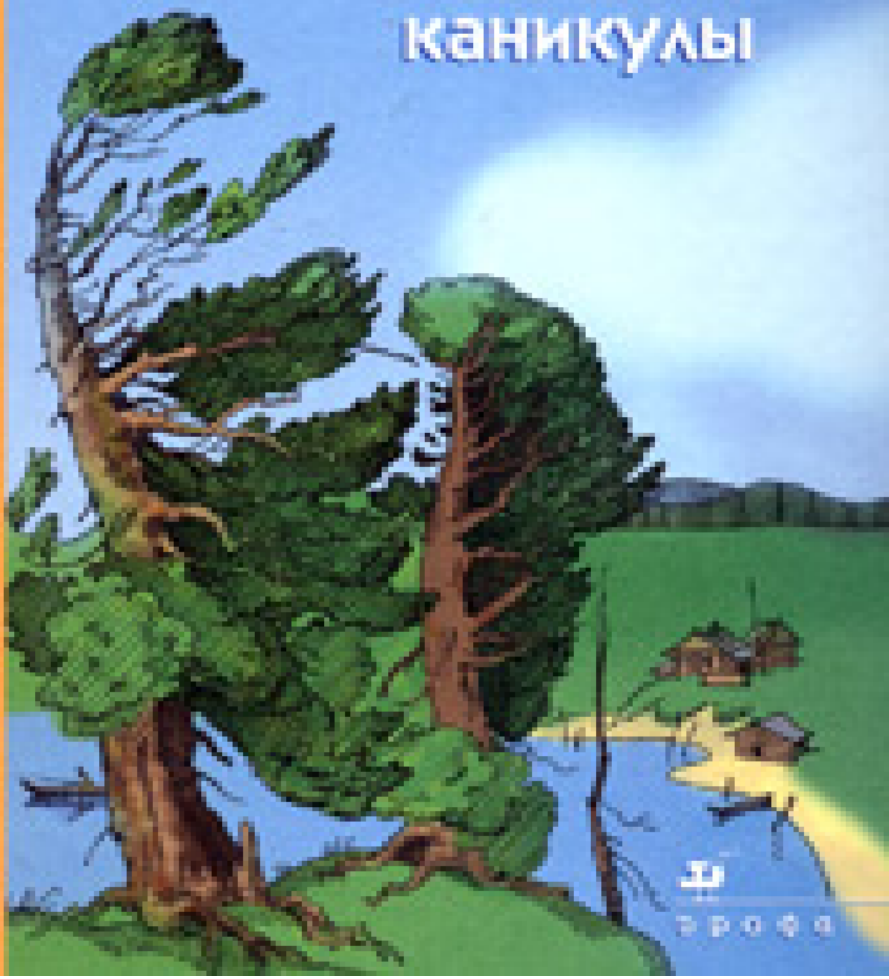
И. Ф. Шарыгин

Уроки дедушки Гаврилы, или Развивающие каникулы



Занимательные задания

ЭКСМО

SHOUT
SHARE
IT

Annotation

Данная книга является рассказом о летних каникулах мальчика, проведенных в деревне у дедушки, в сюжетную линию которого вплетены занимательные задачи различной степени трудности. Ко всем задачам имеются объяснения, указания или решения. Книга адресована учащимся 4–6 классов.

- Игорь Федорович Шарыгин
  - В чем автор видит свою цель?
  - Глава 1
  - Глава 2
  - Глава 3
  - Глава 4
  - Глава 5
  - Глава 6
  - Глава 7
  - Глава 8
  - Глава 9
  - Глава 10
  - Глава 11
  - Глава 12
  - Глава 13
  - Глава 14
  - Глава 15
  - Глава 16
  - Глава 17
  - Глава 18
  - Глава 19
  - Глава 20
  - Глава 21
  - Глава 22
  - Глава 23
  - Глава 24
  - Глава 25
  - Глава 26
  - Глава 27
  - Глава 28
  - Глава 29
  - Дополнение
  - Ответы, разгадки, решения
  - Ответы и решения к дополнительным заданиям
  - Приложение

Игорь Федорович Шарыгин
Уроки дедушки Гаврилы, или Развивающие каникулы

В чем автор видит свою цель?

Главное — помочь читателю (читателем подразумевается школьник, окончивший начальную школу) научиться самостоятельно думать. А чтобы научиться думать, — надо думать. Хотя бы иногда, а лучше — постоянно. Точно так же, чтобы научиться плавать, — надо плавать. Нельзя научиться плавать, сидя на берегу реки или даже океана. Но по-настоящему думать может только тот, кто много знает и умеет: знает законы арифметики и умеет считать, знает некоторые приемы решения задач, умеет делать хорошие геометрические чертежи, знает свойства различных фигур и тел. Поверьте, думание — необычайно увлекательное занятие. А удовольствие от решения красивой задачи ни с чем нельзя сравнить. Поэтому важнейшая задача автора — подобрать и подать читателю хорошие задачи и подать их так, чтобы их захотелось решать.

Чтобы думать, совсем не обязательно принимать позу «мыслителя». Думать можно и во время прогулки, и лежа на диване. Ошибается также тот, кто считает, что главное во время обучения — решить. И чтобы не обидеть ученика, дает ему задачу: «Было два яблока, одно съели. Сколько яблок осталось?» А потом хвалит его: «Молодец! Решил задачу».

Кто предлагает подобные якобы задачи, просто оскорбляет ученика и считает его слабоумным. Пользы здесь никакой. На самом деле гораздо полезнее подумать над по-настоящему интересной и трудной задачей. Пусть она и не получится.

Великий отечественный математик Андрей Николаевич Колмогоров рассказывал, что однажды, когда он уже был известным ученым, ему предложили решить задачу: «Имеется квадрат, состоящий из 64 клеток (8 х 8), из которого удалили две противоположные угловые клетки. Спрашивается: можно ли разрезать оставшуюся часть на прямоугольники из двух рядом стоящих квадратов?» Нисколько не смущаясь, Андрей Николаевич сознался, что не смог сам решить эту задачу и был в восторге, когда узнал решение. Надо было раскрасить весь исходный квадрат в черный и белый цвета, как шахматную доску. Удаленными оказываются две клетки одного цвета. Но каждый прямоугольник состоит из двух клеток разного цвета. А у оставшейся части число черных и белых клеток различно. Значит, оставшуюся часть нельзя разрезать нужным образом.

Честно говоря, я не представляю себе человека, особенно молодого человека, школьника, который мог бы самостоятельно додуматься до этой необычайно красивой идеи.

Но я убежден, что любой ученик, хотя бы час подумавший над этой задачей и не решивший ее, после того, как ему расскажут решение, получит истинное удовольствие и настоящую пользу. Он запомнит решение на всю жизнь. Перед этой задачей великий ученый и обычный школьник оказываются в равном положении. А чтобы понять решение, никаких знаний, выходящих за рамки начальной школы, не требуется. Ее величество ИДЕЯ в чистом виде.

Надо также сказать, что дедушка, о котором читатель узнает несколько позднее, являющийся основным выдумщиком задач, очень не любит слово «пример». Он считает, что «найти, чему равно 2 + 3» — это задача, а не пример. Автор полностью с ним согласен. Поэтому в этой книге есть только задачи и задания. Задачи в книге разные: легкие и трудные, занимательные и скучные. Но все же постарайся решить каждую, не спеши заглядывать в ответ или читать решение. Задание же надо просто выполнить: склеить многогранник, произвести какие-то действия и так далее.

Что нужно для чтения-изучения этой книги? Кроме, конечно, умения читать, считать, умножать «столбиком», делить «уголком» и желания, надо иметь несколько тетрадей, лучше в клетку (можно одну сделать черновиком). Надо иметь несколько листов белой чистой плотной бумаги и обязательно линейку, циркуль, ручки и карандаши (простые и цветные), ножницы, словарь русского языка (орфографический или толковый) на всякий случай. (Да и вообще, хороший словарь русского языка должен быть в каждой семье, особенно, если в семье есть школьники.) Нужно отсутствие калькулятора, а тем более компьютера. Зато неплохо иметь рядом или не очень далеко взрослого человека: папу, маму, старшего брата или сестру, просто соседа, наконец, учителя, — к кому можно было бы обратиться за помощью. Главное же — настойчивость.

В этой книге много задач. Все они, даже те, которые составляют часть рассказа, пронумерованы. Кроме задач, в книге встречаются и вопросы, на которые следует попытаться ответить самостоятельно, до того, как прочитаешь ответ. Имеются также практические задания.

Как только ты увидишь номер, означающий, что далее следует задача, вопрос или задание, остановись. Постарайся решить задачу, ответить на вопрос, выполни упражнение, практическое задание. Если в течение какого-то времени — 10 минут, получаса, часа — ты не смог решить задачу, можешь читать дальше. Пойми решение, если оно имеется сразу после условия. Загляни в решение в конце книги. Простые, но длинные

задания, трудные задачи можешь оставить на потом. Можешь обратиться за помощью к родителям или к кому-нибудь из взрослых. И еще: в конце книги есть Дополнение, в нем около 70 задач для самостоятельного решения. Это дополнение написал Володя Протасов, за что ему большое спасибо. Если ты сразу не смог решить задачу из книги, загляни в Дополнение. Там есть похожие задачи, они тебе помогут.

В мае 200… года в жизни Федора Юрьевича Привалова произошли очень важные события. Во-первых, он отпраздновал свой юбилей. Ему исполнилось 10 лет. А во-вторых, он окончил начальную школу. И на вопрос, в каком он классе, Федор Юрьевич теперь с достоинством отвечал: «Перешел в пятый».

Учился Федор неплохо, точнее, хорошо. Основными оценками были четверки, а по пению и физкультуре — пятерки.

Его родители были молодыми учеными. Отец, которого, как нетрудно догадаться, звали Юрием, был физиком. Он имел ученую степень и работал в научном институте. Кроме того, он читал лекции студентам одного учебного института и подрабатывал репетиторством. То есть занимался со школьниками математикой и физикой, помогая им лучше освоить школьную программу.

Маму Федора звали Таней. Ее специальностью была история. Мама также работала в одном из институтов Академии наук и немного преподавала в школе.

Папа Юра еще в апреле получил приглашение поработать летом в одной физической лаборатории в Англии. Его

приглашали вместе с женой. И на семейном совете было решено, что родители едут на лето в Англию, а Федор проведет каникулы в деревне у отца папы Юры, у своего дедушки Гаврилы Терентьевича.

Раньше Гаврила Терентьевич жил в Москве и был школьным учителем математики. Заметим, очень хорошим учителем. Недавно один известный ученый — академик, выступая по телевизору, сказал, что своими научными достижениями он во многом обязан школьному учителю Гавриле Терентьевичу Привалову.

После выхода на пенсию дедушка еще немного поработал в школе. Но со временем ему становилось все труднее и труднее преподавать. Потом заболела и умерла его жена, бабушка Федора. И Гаврила Терентьевич решил уехать в деревню. Деревня, где он поселился, называлась очень просто: Квашино. Кстати, недалеко от этой деревни находилось знаменитое село Простоквашино.

Живя в деревне, дедушка познакомился с учителями из местной школы и стал вести там кружок для любителей математики, в который ходили школьники разных классов. Очень часто за помощью обращались к дедушке и молодые учителя.

Вот, пожалуй, и все, что стоит знать, прежде чем ты перейдешь к чтению, а лучше изучению этой книги.

Родители решили выехать из дома пораньше, в 6 часов утра. Папа (а вести машину должен был именно он) знал, что его старенькие «Жигули» очень не любят ездить по жаре и могут начать капризничать. Да и хотелось пораньше приехать к дедушке.

Глава 1
Приезд в деревню. Дедушка возмущен

Федор, не привыкший вставать так рано, заснул почти сразу, как сел в машину. Проснулся он только в тот момент, когда на шоссе появился указатель поворота, на котором было написано: «Квашино 17 км» и стояла стрелка. Голова сильно чесалась, так как накануне Федя постригся наголо.

«Интересно, а сколько километров от нашего дома до дома дедушки?» — подумал он и спросил об этом отца.

1. — А ты сам подсчитай, — ответил отец. — От нашего дома до Колоколамского шоссе мы проехали ровно 11 километров. Выехали мы на шоссе около столба, на котором было написано: «23 км». Дальше все время ехали по шоссе, не сворачивая. Указатель поворота на Квашино находится на 289-м километре этого шоссе. И вот теперь нам осталось проехать 17 километров.

Надо сказать, что Федор не очень любил, а значит, и не умел считать, тем более устно. А калькулятор он забыл дома. Поэтому он промолчал и сделал вид, что снова заснул.

Дом дедушки находился на самом краю деревни. Гаврила Терентьевич издали заметил приближающуюся машину и вышел встречать гостей. С ним была собака со звучным именем Навуходоносор и кошка Клеопатра.

Здесь надо пояснить, что Навуходоносором звали царя древней Вавилонии, а Клеопатра была последней царицей Египта. Навуходоносор и Клеопатра прожили очень интересные жизни.

Конечно, царь и царица, а не дедушкины собака и кошка. Об этом можно прочитать в книгах и учебниках по истории. (Из книг по истории известно, например, что знаменитые *висячие сады* появились именно при Навуходоносоре. Об этих садах многие слышали, но что это такое, почти никто не знает. В том числе и автор.)

После обычных приветствий дедушка поинтересовался учебными успехами внука и ужасно расстроился, когда узнал, что Федор не очень силен в математике и редко получает по ней пятерки.

«Горе мне и позор на мою седую голову! Внук Гаврилы Привалова, потомственный Привалов не любит математику!» — восклицал он, всплескивая руками. И пока родители Федора выгружали из машины привезенные вещи, дедушка *решил* немного проэкзаменовать внука. Он присел на скамейку около забора. Откуда-то в его руках появились карандаш и большая тетрадь. Вот три задачи, которые он предложил внуку.

2. Сколько будет, если к 7 прибавить 5 раз по 8?

3. Разрежь фигуру (рис. 1) на две части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.

4. Как разделить 7 яблок поровну между 12 школьниками, если каждое яблоко надо разрезать на равные части, но ни одно нельзя резать более чем на 5 частей?

Увидев первую задачу (в нашем списке у нее номер 2), Федор обиделся. Зачем он будет 8 раз прибавлять 5? Это долго и скучно. Поэтому он не стал ее *решать*. Вторая задача его заинтересовала. И он довольно быстро с ней справился. То есть *решил* ее. Когда он начал думать над последней задачей, подошла мама, прочитала задачу и *решила* заступиться за сына. (Заметил, что глагол «решить» может иметь разный смысл?)

— Во-первых, дроби проходят в пятом или даже в шестом классе. А Федор окончил лишь четвертый. И во-вторых, дедушка вообще не знает программы современной школы. Федор учится в очень передовой, элитарной и престижной школе и даже не школе, а прогимназии, а с пятого класса он переходит в гимназию. Там настоящее развивающее обучение. И дедушка со своей арифметикой отстал от жизни, — сказала мама Таня.

— Для решения этой задачи знание дробей не нужно, — возразил дедушка. — Надо знать лишь таблицу умножения. Трижды четыре — двенадцать. Кроме того, я не знаю, какое такое

у них развивающее обучение, но сразу видно, с арифметикой Федор явно не в дружбе. А арифметика — царица математики. Придется мне устроить для внука развивающие каникулы.

И, обращаясь к Федору, дедушка добавил:

— А ты будешь думать над всеми задачами, которые я тебе предложу, а затем рассказывать мне о результатах своих размышлений. Все задачи и решения ты должен записывать в тетрадь.

Дедушка немного помолчал и пробурчал:

— А элитарных школ не бывает в принципе, и престижной должна быть любая школа. И вообще, почему «гимн-Азия», а не «гимн-Африка» или тем более «гимн-Европа». Мы живем все-таки в Европе.

К этому моменту отец закончил со своими делами, и все вместе — люди и звери — прошли на террасу. Посреди террасы был большой стол, на нем в ряд были расставлены шесть стаканов. У окна, в которое ярко светило солнце, стояла большая банка с молоком.

С хитрой улыбкой дедушка предложил отцу Федора потрогать банку.

— У нас в Квашино действуют свои законы природы!

Когда отец выполнил просьбу дедушки… Нет, лучше так: когда отец Федора выполнил просьбу своего отца и дедушки Федора, его лицо приняло удивленное выражение. Федор тоже потрогал банку. Странно: сторона банки, обращенная к солнцу, была более прохладной, чем противоположная.

Спустя пару минут Юрий Гаврилович рассмеялся.

— Ах ты, старый хитрец! — воскликнул он.

5. А ты понял, в чем здесь дело?

— Попробуйте нашего деревенского молочка, дорогие гости! — пригласил к столу дедушка. Затем он наполнил молоком три стакана: 1, 3 и 5-й и предложил всем задачку.

6. Сделайте так, чтобы наполненными были первые три стакана. Но при этом коснуться можно лишь одного стакана.

Федя и мама с надеждой посмотрели на отца и мужа. И в самом деле, Юрий довольно быстро справился с очередной задачкой Гаврилы Терентьевича. И они с удовольствием попробовали деревенского молока.

— Признаться, я уже стал забывать вкус настоящего коровьего молока, — сказал папа Юра.

Затем все вошли в дом. Навуходоносор носился от гостей к хозяину и обратно. Дедушка даже прикрикнул на него: «Успокойся, Дон!»

Глава 2
Дом со странностями

— Почему Дон? — удивился Федор. — Ведь его имя Навуходоносор.

— Видишь ли, у него очень длинное имя. И я обычно использую разные сокращения. Любые три, четыре или пять идущих подряд букв его полного имени образуют сокращенное имя. Собака их все знает. Более того. Она понимает, что я хочу сказать, когда использую то или другое сокращение. Некоторые она очень любит, как, например, Дон. На другие обижается. Самое обидное для нее имя Вухо. Кстати, вот тебе задачка.

> **7.** Сколько различных сокращенных имен, состоящих из трех букв, имеет моя собака? А из четырех букв? А сколько всего у нее сокращенных имен из трех, четырех и пяти букв?

— Ну а кошку как можно называть? — поинтересовался Федор (задачу он оставил на потом).

— Тут все просто. Обычно мы называем ее Клавой. И она нисколько не обижается.

Дом у дедушки был небольшой, хотя и двухэтажный. На первом этаже, не считая террасы, было три комнаты. Центральная, самая большая, служила столовой. Дедушка называл ее гостиной. Федору отвели для сна правую комнату. Эта комната предназначалась, как правило, для гостей.

Узнав, что у дедушки нет не только компьютера, но даже и телевизора, Федор очень расстроился.

Дедушка же заявил, что смотреть телевизор нынче, особенно для детей, вредно. Постоянная стрельба, погони и драки. Причем все почему-то дерутся ногами. Раньше даже на улице удары ногами запрещались. Все время говорят о деньгах. Много игр для

дураков, и все они на деньги. Умнее считается тот, у кого больше денег. И вообще, что может быть глупее, чем просиживать часами перед деревянным ящиком, в котором что-то мелькает.

Объясняя все это, дедушка очень горячился. Мы не будем повторять все, что он сказал. Это увело бы нас слишком далеко в сторону. Да и не все, сказанное им, возможно, было справедливым. Но на некоторые замечания дедушки все же стоит обратить внимание.

— Мне кажется, — говорил дедушка, — что многие из тех, кого видишь на экране, вовсе не учились в школе. По-русски они говорить не умеют, в математике не разбираются. Они даже не понимают, какая разница между цифрой и числом. Постоянно слышишь: «цифра доходов», «цифра лет», «большая цифра» и прочее, и прочее. А вот ты понимаешь, в чем разница между «цифрой» и «числом»? — спросил дедушка у Федора.

Тот задумался: и в самом деле, в чем?

(А ты, кстати, знаешь ответ на этот вопрос? Прежде чем читать дальше, попробуй самостоятельно на него ответить.)

И, не дожидаясь ответа внука, дедушка принялся объяснять:

— «Цифра» — это только знак, с помощью которого мы записываем «число». Разница между «цифрой» и «числом» примерно такая же, как между «буквой» и «словом». Цифр ровно 10. Это: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9. Каждая цифра может быть и числом, однозначным числом. Так, когда мы говорим: ему 9 лет, то здесь 9 является однозначным числом. А тебе, Федор, уже 10 лет. Твой возраст выражается двузначным числом. Впрочем, и мой тоже. Записывая с помощью цифр какое-то число, мы пользуемся десятичной системой счисления. В зависимости от того, на каком месте в числе находится цифра, она указывает нам либо количество единиц, либо количество десятков, либо количество сотен и так далее.

> **8.** Запиши-ка мне число, в котором 9 тысяч, 9 сотен и 9 единиц. А как записать число, равное сумме дюжины тысяч, дюжины сотен и еще дюжины? (Надеюсь, тебе известно, что дюжина равна 12?) А сможешь ли ты прочитать такое число — 987 654 321?

— Надеюсь, ты понимаешь, что наибольшего числа не бывает? — спросил после небольшой паузы дедушка. — Впрочем, — продолжал он, — был у меня случай. Как-то раз спросил я одного смышленого первоклассника: «Назови-ка мне самое большое число». И тот дал такой ответ, что я не смог ничего возразить. *Однако!* — почесал я в затылке. — Мой вопрос, *однако,* может быть понят *двояко.*

9. Что ответил мне этот первоклассник?

— Подумай и ты, Юрий.

Затем дедушка снова обратился к Федору. Было видно, что старый учитель очень рад неожиданно появившемуся ученику. Любимое дело нельзя забыть.

— Я вовсе не хочу, Федор, чтобы ты сразу отвечал на мои вопросы и быстро решал мои задачи. Быстрый ум — часто неглубокий ум. Вас в школе, наверно, приучили, что надо как можно скорее поднять руку.

Федор не без удовольствия признался, что некоторые ребята и в самом деле начинают тянуть руку, еще не дослушав вопроса до конца. Но он не из их числа. Иногда он даже не успевает понять вопроса, когда кто-то уже отвечает.

— Тоже мне, нашел, чем гордиться! Тугодум! — возмутился дедушка. — Я совсем о другом. Математика — это вам не спорт, не соревнование в скорости. Да еще этот телевизор приучил вас, что надо как можно быстрее нажать на кнопку и угадать ответ.

Главный вопрос в математике: «Почему?» Вас же приучили, что главное — это угадать правильный ответ. Если ответ правильный, то и задача решена правильно, — так думают многие.

Однажды у меня был такой случай. Школьник разделил 42 на 14 и получил правильный ответ: 3. Я даже похвалил его, но все же попросил объяснить, как он свой ответ получил. Это было ужасно. Вот как он делил. Сначала он разделил 4 на 4 и получил 1. Затем 2 разделил на 1 и получил 2. Потом он сложил 2 + 1 = 3. Вот и ответ!

— А может, этот мальчик изобрел новый способ деления, — заступился за него Федор.

Дедушка просто *остолбенел* от такой наглости. Только профессиональный опыт старого учителя помог ему сдержаться и не высказать все, что он думает по поводу глупого заявления внука.

— Так что найти ответ и решить задачу — это совсем не одно и то же, — заключил он, сделав вид, что не расслышал замечания Федора. Немного помолчав, дедушка добавил: — Плохо, конечно, если ты начинаешь думать, когда тебе задали совсем простой вопрос: «Сколько будет дважды два?» или «Где ты живешь?». Правда, я знал известного математика, которого последний вопрос ставил в тупик.

Надо внимательно изучать задачу, искать способы решить ее быстрее и проще. Вот пример.

10. Рассмотрим две задачи: а) найти 378 + 289 —

511 + 113; б) найти 381 + 286 — 510 + 112; 374 + 291 — 513 + 110. Допустим, ты нашел ответ к пункту а). Можешь ли ты сразу сказать, чему равны выражения в пункте б)?

(Если ты хочешь решить еще одну задачу на эту тему, то открой **Дополнение** в конце книжки, задачу номер 1. В **Дополнении** есть около 70 задач на разные темы. Какие-то из них проще, какие-то сложнее. Каждый раз, когда к какой-нибудь задаче будет одна или несколько похожих на нее задач из **Дополнения**, мы будем писать букву **Д** и номер задания. Например, здесь мы напишем Д—1.)

Когда Федор внимательнее присмотрелся к гостиной, то заметил много интересного и даже удивительного. Стены комнаты были увешаны многочисленными картинами и фотографиями. Бросались в глаза какие-то странности на них.

«Надо будет потом их рассмотреть», — подумал Федор.

В правом углу комнаты был камин, в котором горел огонь. Но когда Федя подошел к нему поближе, выяснилось, что камин нарисован. А отблески солнца из окна создавали впечатление настоящего огня. Между окном и картиной висели часы, но какие-то непонятные: определить время по ним Федя не смог.

Дедушка объяснил:

— Некоторые из этих рисунков и фотографий сделал я сам, но большинство подарил мне мой старый друг Умзар Азум. Нарисованный в углу камин — как раз его подарок. Таких каминов два.

Один тебе известен. Ведь ты же читал книгу о приключениях Буратино.

К сожалению, самой книги Федя не читал, но смотрел мультфильм. Однако вспомнить, какое отношение имеет камин к приключениям Буратино, он не мог.

— Ну что ж, вернешься домой и прочитаешь. Тогда, может, ты сумеешь разгадать одну из главных тайн, с которой тебе придется столкнуться на каникулах.

Загрустивший было от дедушкиной математической атаки, Федя обрадовался. Тайны он очень любил и особенно любил их разгадывать. Но если вдуматься, то это очень странно. Ведь ни одной настоящей тайны Федя не знал, да и разгадывать ему их не приходилось.

Тем временем дедушка продолжал:

— Умзар Азум раньше был магом и волшебником. Имел высшую категорию — *универмаг,* что означает универсальный маг. Он даже приходится дальним родственником известному

старику Хоттабычу. Но уже будучи взрослым и опытным волшебником Умзар Азум вдруг увлекся математикой, физикой и вообще наукой. Он сказал: «Даже дурак может делать чудеса, если он родился волшебником. А вот ты попробуй сотворить чудо, если ты обыкновенный человек. Только знание может превратить обычного человека в настоящего волшебника». И он совершил последнее волшебство: превратил себя в обычного человека и стал учиться. А свой волшебный сундук он подарил мне. Этот сундук стоит в комнате, где ты будешь спать.

Федя тут же помчался в комнату, расположенную справа от гостиной. У левой стены в самом деле стоял сундук, не очень большой, но сразу видно — очень старый. Федя открыл сундук. К его огорчению (конечно, Фединому, а не сундука), внутри было пусто. Однако было совершенно очевидно, что сундук волшебный.

Вернувшись обратно, Федя с надеждой поинтересовался:

— А что на втором этаже?

— Там одна комната. Это мой рабочий кабинет. Он очень похож на школьный кабинет математики. Надеюсь, в будущем ты с ней познакомишься поближе. Может, не в этом году. Если, конечно, тебе понравится здесь отдыхать и ты приедешь ко мне через год и через два. А по поводу этой комнаты я могу предложить еще одну задачу. Правда, она скорее для твоего отца. Но подумай и ты.

> **11.** В комнате на втором этаже есть три лампочки. Их можно включать и выключать прямо из гостиной. Вот здесь три выключателя. Каждый из них управляет одной из трех лампочек. Сейчас все лампочки выключены. Требуется для каждого выключателя определить, с какой лампочкой он связан. Конечно, для этого придется подняться на второй этаж. Но подняться на второй этаж можно лишь один раз. Действовать надо самостоятельно, не пользуясь чьей-либо помощью.

Подумав некоторое время, папа Юра задачку решил. Федя, несмотря на то что очень внимательно наблюдал за его действиями с выключателями, понял не все. Вроде бы сначала папа включил и выключил один выключатель, затем включил другой. Ну и что из этого?

— Ладно, — решил он, — потом разберусь.

Первый день в деревне пролетел быстро. Родители уехали. А уставший Федор рано отправился спать.

Глава 3
Математический завтрак

Спал Федор очень крепко, *без задних ног.* (Так обычно говорят, хотя объяснить это выражение автор не может. Можно ли спать *без передних ног* или, наоборот, *с задними,* он, автор, не знает.) Под утро ему начал сниться какой-то странный сон. Вокруг было огромное количество яблок разных цветов и размеров и бегали мальчики. И каждый требовал свою долю. А он, Федя, никак не мог поделить между ними яблоки. Всякий раз кто-то обижался, что получил меньше других, и обещал побить Федю. К тому же сами яблоки постоянно меняли размеры, некоторые превращались в груши, а груши, в свою очередь, становились лампочками. Но сон все же был не страшным, и проснулся Федор в хорошем расположении духа, в предвкушении чего-то интересного и веселого. В комнату заглянул дедушка: — Вставайте, сударь, нас ждут великие дела! Однако, как оказалось, дедушка был не в лучшем настроении. Из-за вчерашней суматохи он забыл надеть на ночь очки и не смог хорошенько рассмотреть сон, который заказал накануне.

На завтрак дедушка предложил сварить каждому по одному яйцу и поджарить по котлетке.

— Себе я обычно варю яйцо всмятку. Его надо варить ровно 1 минуту. Тебе, я думаю, следует сварить яйцо в мешочек. На это требуется 3 минуты. К сожалению, мои наручные часы в ремонте. А комнатные часы от плиты не видны.

— Да по ним и не поймешь, сколько времени, — добавил Федя.

— Вовсе нет. Просто на этих часах часовая стрелка длиннее минутной.

Уголок, игравший роль кухни, располагался на террасе. Здесь стояла небольшая газовая плита.

— Посмотрим, чем нам может помочь волшебный сундук моего друга Умзара.

Дедушка открыл волшебный сундук и достал из него два странных прибора. Каждый состоял из двух соединенных друг с другом стеклянных колбочек.

«Тоже мне, колдовство, — усмехнулся про себя Федор. — Пока я спал, дедушка пробрался в комнату и положил эти штуки в сундук. Ничего! В следующий раз запрусь изнутри. Посмотрим тогда, как он будет делать свои чудеса».

Но дедушку находка очень обрадовала.

— Это же песочные часы. Эти отмеривают 3 минуты, а с помощью этих можно отмерить 5 минут. Я знаю также, что если поставить кастрюльку с водой на горящую конфорку, то она закипит через 3 минуты. Понятно, вода в кастрюльке, а не кастрюлька. Имеем проблему, она же задача.

> **12.** Как нам сварить одно яйцо всмятку, а другое в мешочек, затратив на это как можно меньше времени? Быстрее, чем за 6 минут, это сделать нельзя. А можно ли управиться за 6 минут? Чтобы полностью понять условие задачи 12, прочти предыдущий абзац текста.

(**Д**—2, 3, 4.)

(Напомним, что означает запись в скобках: в **Дополнении** есть еще три задачи на эту тему, номер 2, 3 и 4.)

Дедушка немного задумался и почесал затылок. Он так делал всегда, когда задумывался. И надо признать, что этот простой прием — почесывание затылка — очень хорошо действовал.

— Ну, все ясно, — сказал дедушка после недолгого размышления, — действуем так.

Ставим кастрюльку с водой на плиту и запускаем часы, отмеривающие 5 минут.

Как только вода закипает, бросаем в нее первое яйцо и запускаем часы на 3 минуты.

Как только весь песок в 5-минутных часах оказывается внизу, кладем в кастрюльку второе яйцо.

Как только закончит сыпаться песок в 3-минутных часах, гасим огонь, снимаем кастрюльку и вынимаем готовые яйца.

Теперь надо не перепутать, которое из них для тебя, а какое для меня.

Тут подал свой голос Навуходоносор.

— Не волнуйся, Нав. Я все помню, — сказал ему дедушка и, обращаясь к внуку, пояснил: — Сегодня понедельник, а по понедельникам я обычно жарю ему и себе по котлетке. Сегодня нам придется поджарить не две, а три котлетки. И опять задача.

13. У меня имеется сковорода, на которой одновременно можно жарить две котлеты. Чтобы поджарить котлету с одной стороны, требуется 5 минут. Разумеется, каждую котлету надо поджарить с двух сторон. За какое наименьшее время на моей сковороде можно поджарить 3 котлеты?

— Не знаешь? Придется рассказать и показать решение. Если я буду ждать, пока ты решишь задачу, бедный Нос умрет с голоду. К счастью, у нас имеются часы, которые отмеряют ровно 5 минут. Понятно, что за 10 минут мы сможем поджарить полностью лишь 2 котлеты. Легко поджарить 3 котлеты за 20 минут. Остается выяснить, можем ли мы управиться за 15 минут?

Можем! Ведь за 15 минут мы можем поджарить 6 сторон у котлет. А у наших трех котлет как раз 6 сторон. Остается лишь все правильно сделать. Сначала мы жарим 2 котлеты с одной стороны. Это 5 минут. Затем одну котлету переворачиваем, другую снимаем недожаренной и заменяем третьей. Жарим еще 5 минут. И, наконец, снимаем первую котлету. Она готова. Кладем вместо нее недожаренную, а третью переворачиваем. И жарим еще 5 минут. На все ушло ровно 15 минут. Как говорится, что и требовалось доказать.

Феде очень понравилось неожиданное решение. Он немного подумал и спросил:

— А как быть, если на одной стороне котлета жарится 4 минуты? У нас таких часов нет.

Дедушка задумался.

— А я не знаю, как надо действовать в этом случае. Поздравляю тебя, Федор, ты придумал новую задачу. Здорово! Нередко именно так и развивается наука. Все начинается с вопросов: «А что, если…? Почему…? Верно ли, что…?» Иногда поиск ответа затягивается на годы, десятилетия и даже столетия. Например, теорему Ферма математики решали более 300 лет и решили ее недавно, примерно 10 лет назад. Что это за теорема, я пока не могу тебе объяснить. Но через пару лет, я надеюсь, ты наберешься знаний. Однако я отвлекся.

Давай запишем твою задачу. Только позволь мне, как опытному человеку, немного изменить условие.

14. Задача Федора Привалова. На сковороде за 4 минуты можно поджарить 1 блин. Имеется двое песочных часов: одни на 5 минут, а другие на 3 минуты. Можно ли, пользуясь лишь этими часами, за 16 минут поджарить 4 блина? А если можно, то как это сделать?

— Пока ответа на вопрос я не знаю. Надеюсь все же, что вскоре общими усилиями мы справимся с этой задачей, — уверенно заключил дедушка.

Этот странный математический завтрак продолжался чуть ли не полтора часа. Когда все четверо поели (кошка Клава получила свою порцию рыбы и молока), Федя помог дедушке убрать со стола и помыть посуду. Нельзя сказать, что дома он регулярно выполнял эту работу, скорее, наоборот, но тут как-то само собой получилось, что он решил помочь дедушке.

Не успели они с дедушкой закончить домашние дела, как с улицы раздался крик:

— Дедушка Гаврила! Дедушка Гаврила! Выйдя на крыльцо, дедушка воскликнул:

— А! Маша-Паша! Чем обязан?

— Дедушка Гаврила! В наш магазин привезли конфеты «Гипотенуза». Ваши любимые.

— Премного благодарен! Непременно куплю! Если есть какие-то проблемы, милости прошу!

Но проблем у Маши-Паши, как видно, не оказалось, и дедушка вернулся один.

— Это Маша и Паша. Брат и сестра. Они близнецы. У них большая семья. Маша говорит, что у нее два брата и две сестры.

15. Сколько братьев и сестер у Паши?

(**Д**—5, 6.)

Федя понимал, что задачка простая, но все же не мог сразу сообразить. А дедушка тем временем, прервав его размышления, добавил еще одну задачу.

16. Я сказал, что Маша и Паша — близнецы. Но они не двойняшки. Как это может быть?

(**Д**—7-10.)

Последняя задача совсем *озадачила* Федю. Он вспомнил близнецов Толю и Колю Каплевых, которые учились в его классе. Они в самом деле были похожи друг на друга как две капли воды.

Учителя их постоянно путали. И близнецы иногда этим пользовались, отвечая друг за друга на уроке. Но в последнее время учителя нашли способ борьбы. Они начали вызывать братьев к доске одновременно. И каждому приходилось отвечать за себя. Но Толя и Коля были двойняшками.

И опять дедушка прервал Федины раздумья:

— Кстати, а ты любишь конфеты «Гипотенуза»?

Оказалось, Федя никогда не пробовал таких конфет, даже не

знал, что они бывают. И еще он не понимал значение слова «гипотенуза».

— Ну пусть это пока останется для тебя тайной. Скажу только, что «гипотенуза» имеет отношение к математике. А то, что ты никогда не пробовал этих конфет, немудрено. Они изготавливаются только на нашей районной кондитерской фабрике. Директор фабрики мой бывший ученик. Рецепт конфет дал ему я. Я же узнал его от своего друга Умзара Азума. Я тебе уже говорил о нем. Эти конфеты очень полезны для головы. Раньше я ел их очень много. Теперь приходится себя ограничивать. 1 килограмм я съедаю за 15 дней. Думаю, что тебе потребуется 10 дней, чтобы съесть 1 килограмм.

17. Как ты думаешь, за сколько дней мы с тобой вдвоем съедим 1 кг?

(**Д**—11–14.)

Дедушка помолчал.

— Похоже эта задача тебе *не по зубам.* Или, вернее, не по голове. Хотя эти конфеты полезны и *для зубов,* и *для головы.* Пока мы будем идти в магазин, я расскажу тебе ее решение. Ты должен не только понять это решение, но и усвоить МЕТОД, которым я буду пользоваться. Это очень важно. Тогда ты сможешь уже самостоятельно решать подобные задачи. Когда же узнаешь много различных методов, то ты научишься не только решать различные интересные задачи, но и придумывать свои методы.

Метод, который я тебе покажу, очень прост. Но часто бывает так: пока не знаешь метода, не представляешь, как и подступиться к задаче. Когда же узнаешь, огорчаешься — это же так просто! Как же я сам не догадался!

Давай подсчитаем, сколько килограммов конфет мы с тобой сможем съесть за 30 дней. Я съем 2 килограмма, ты — 3. Вместе мы с тобой съедим 5 килограммов. Значит, 1 килограмм мы съедим за…

— 6 дней, — обрадованно закричал Федя.

— Правильно. Видишь, как все просто! А почему я взял именно 30 дней, а не 20 или 45?

— А потому, что 30 делится и на 15, и на 10. А 20 делится только на 10, но не на 15. А 45 — наоборот, только на 15, но не на 10.

— Молодец! Назовем этот прием методом «общего кратного». Ведь 30 делится на 15 и 10, то есть является для них общим кратным. Мы могли бы взять вместо 30 и другое общее кратное: 60, 90 и так далее. Но 30 самое удобное. Оно наименьшее. Его так и называют: наименьшее общее кратное чисел 15 и 10. Теперь

реши самостоятельно такую старинную задачу.

18. Имеется охапка сена. Лошадь может съесть ее за 2 дня, корова — за 3, а коза — за 6 дней. За сколько дней лошадь, корова и коза вместе съедят эту охапку сена?

Федя с этой задачей справился, хотя и не очень быстро. (А ты?)

— Метод «общего кратного» может быть использован и в других задачах. Вот простой пример.

19. Две черепахи ползут наперегонки. Первая проползает 4 метра за каждые 9 часов, а вторая 5 метров за каждые 11 часов. Какая черепаха ползет быстрее?

Задачу можно решать по-разному. Первый способ: найдем кратное чисел 4 и 5. То есть найдем какое-нибудь число, которое делится и на 4, и на 5. Лучше наименьшее.

— 20!

— Верно! Теперь посмотрим, за какое время каждая из черепах проползет 20 метров. Первая проползет 20 метров за $5 \cdot 9 = 45$ часов, а вторая — за $4 \cdot 11 = 44$ часа. Какая из черепах ползет быстрее?

— Вторая!

— Верно! Теперь другое решение: найдем наименьшее общее кратное чисел 9 и 11.

— 99!

— Правильно! А давай найдем, сколько метров проползет каждая из черепах за 99 часов. Думаю, ты легко сам доведешь решение до конца.

Глава 4
Прогулка в магазин

Прогулка в магазин оказалась долгой, но нескучной. Каждый встречный, ребенок или взрослый, почтительно приветствовал дедушку, интересовался здоровьем, спрашивал совета. И дедушка часто останавливался и подолгу беседовал. А Федя был очень горд: какой уважаемый человек его родной дедушка! И он решил, что когда вырастет, то непременно станет учителем и уедет в деревню.

В магазине была небольшая очередь. Покупатели предложили дедушке подойти без очереди, но он отказался и даже немного обиделся. Встав в конец очереди, дедушка с любопытством стал наблюдать за тем, как идет торговля. Через некоторое время он не выдержал:

— Неужели, чтобы узнать, сколько стоят вместе батон белого хлеба за 4 рубля 60 копеек и буханка черного за 3 рубля 80 копеек, надо пользоваться калькулятором? Ну а ты, Петрова, не можешь сама подсчитать, сколько стоят 250 граммов ирисок, если 1 килограмм стоит 40 рублей? Ты позоришь своего учителя. Раньше один мой друг шутил: «Не математики *считают,* что математики *считают».* Он имел в виду, что конечно же математики умеют считать, но не только. Главное же, что математики умеют думать. Сегодня все *считают,* что *считают* не математики и вообще — не люди, а калькуляторы. Что такое умножение? А это действие, состоящее в нажатии пальцем кнопки на калькуляторе, на которой нарисован косой крестик.

Сделав покупки, дедушка и внук двинулись в обратную сторону. Дедушка еще долго не мог успокоиться.

— Люди совсем разучились самостоятельно считать. Все переложили на калькуляторы и компьютеры. Даже 10 на 10 перемножают на калькуляторе. Ты, Федор, не обижайся, но мне

придется дать тебе специальные задачи по арифметике, примеры, как вы говорите.

По дороге Федор вспомнил свой сон и обратился к дедушке:

— Эту задачу про 7 яблок и 12 мальчиков я решил. Помогла твоя подсказка. 3 • 4 = 12. Сначала 3 яблока делим между 12 мальчиками. Для этого надо каждое яблоко разрезать на 4 части. Потом 4 яблока делим между этими же мальчиками. Для этого каждое яблоко режем на 3 равные части. Вот и все! Но ведь яблоки же все разные! И, значит, мы разделили не поровну и не по справедливости.

— Тут ты попал в самую точку. Решая подобные задачи, мы подразумеваем «математические» яблоки. Считаем их все совершенно одинаковыми. В жизни так не бывает. Да и точно разделить яблоко на равные части мы не умеем.

Как делить: поровну или по справедливости? И что значит разделить по справедливости? Помнишь, как Карлсон делил с Малышом плюшки или варенье. Он делил явно не поровну, хотя и говорил: «Делим поровну!» Но Малыш не обижался. Поэтому можно считать, что Карлсон делил по справедливости. Малыш очень любил Карлсона, а Карлсон любил Малыша и сладости. А Малыш к сладкому был равнодушен. Значит, все было по справедливости.

А вот представь себе, что два человека купили на двоих один пирог. Они одинаково голодны и хотят разделить пирог поровну. Как это сделать? Если будет делить один из них, то другой непременно подумает, что ему досталась меньшая часть. А как разделить пирог, чтобы оба остались довольны?

Можно поступить следующим образом. Пусть сначала один из них делит пирог на две равные, по его мнению, части. Это означает, что он готов взять любую из этих частей. Ведь он сам делил! Теперь второй пусть выбирает любой кусок. Тогда первому остается другой кусок. Так можно разделить пирог или что-то другое между двумя людьми. Хотя, честно говоря, первым быть все-таки невыгодно.

Тут дедушка остановился. Его внимание привлекла куча кирпичей, лежащих около изгороди. Взяв один кирпич, он сказал:

— Смотри, задачи возникают на каждом шагу, «валяются» на дороге. Надо только уметь видеть. Это кирпич. Математики говорят, что кирпич имеет форму **параллелепипеда**.

Затем дедушка вынул из кармана рулетку. (Поясняем: рулетка — это такой простейший инструмент, с помощью которого можно мерить небольшие расстояния, до десяти метров. Обычно рулетка — это просто свернутая металлическая лента с делениями в специальной коробочке.) Вот задание.

20. При помощи линейки измерь диагональ этого кирпича.

— Знаешь, что такое диагональ кирпича, а точнее, параллелепипеда? Это отрезок, соединяющий его противоположные вершины. Как видишь, она (диагональ) или он (отрезок) проходит внутри кирпича (параллелепипеда). Итак, бери рулетку и действуй!

Но как Федя ни прикладывал рулетку, измерить, что требовалось, ему не удавалось.

— Задача эта практическая. В твоем распоряжении много кирпичей, — подсказал дедушка.

И тут Федя сообразил. Он взял три кирпича. Но хотя найденное решение ему очень понравилось, он не удержался и задал два вопроса:

— При чем здесь математика? Зачем надо измерять диагональ кирпича?

На что дедушка ответил:

— Каждый раз, когда человек думает, решает интересную задачу, он занимается математикой. Пусть немного. Хотя, конечно, не одной математикой. Здесь важен не результат. Важно было придумать способ измерения. Подобные задачи часто приходится решать ученым. Например, измерить вес атома, толщину волоса, расстояние до Солнца. Это все необходимо знать. И, кроме того, человек иногда должен делать что-то просто так. Из любопытства.

Причиной следующей остановки стали переходящие дорогу утки.

— Матрена Парфеновна, как всегда, разводит уток, — отметил дедушка. — На этот раз у нее 13 уток.

— Как это ты, дедушка, так быстро узнал? — спросил Федя.

— Очень просто, подсчитал число ног и поделил на 2.

— ???

— А если честно, то и сам не знаю. Просто вижу, что их 13. Опыт и тренировка!

Вдруг дедушка широко заулыбался:

— Смотри, как забавно. Мы с тобой, можно сказать, занимаемся *сутками,* а тетушка Матрена занимается *с утками.* И, похоже, делает это *сутками.* Или: можно есть хлеб *сухой,* а можно есть хлеб *с ухой.* Большая разница. А вот еще, окорок бывает свиной, а человек бывает *с виной.*

— Или *с вином,* — подхватил игру Федя, вспомнив одного дядю из их дома. — Дедушка, а задачку про уток ты знаешь?

Дедушка приподнял шляпу и почесал в затылке.

— Про уток ничего вспомнить не могу, зато знаю про кур.

21. 3 курицы за 3 дня снесли 3 яйца. Сколько яиц снесут 9 кур за 9 дней?

(**Д**—15)

Федор хотел было сразу выпалить ответ: 9. Но сдержался, сообразив, что ответ неправильный. А в этот момент ветер сдул с дедушки шляпу.

— Как забавно, куры *снесли* яйца, а с меня ветром *снесло* шляпу. Ну, думай. Подобные задачи обычно достаточно просты, но иногда в них имеется подвох. Вот у Льюиса Кэрролла — я надеюсь, ты знаешь, что Льюис Кэрролл — это английский писатель, автор известных детских книг про девочку Алису, — есть такая шуточная задача.

22. Кошка съедает 1 мышку за 1 минуту. За какое время кошка съест 100 мышек?

Напрашивается ответ: 100 минут. Понятно, что в жизни так быть не может. Скорее, 100 мышек съедят одну кошку, предположил Кэрролл.

В этот момент они подошли к дому, и прогулка закончилась.

— Я надеюсь, что ты запомнил задачки, которые мы сегодня решали? — спросил дедушка. — После обеда запиши их все в тетрадь.

Глава 5
Рукопись, найденная в сундуке

Ложась вечером спать, Федя вспомнил, что хотел запереть на ночь дверь в свою комнату. Но решил этого не делать по двум причинам. Во-первых, нехорошо запираться от дедушки. А во-вторых, у двери изнутри не было никакого запора. Он поступил хитрее: положил на дверь листок бумаги. Если кто-то ночью войдет в комнату, то этот листок обязательно упадет.

Уже лежа в постели, Федя с удовольствием вспомнил прошедший день, немного подумал о еще не решенных задачах и… заснул.

Проснулся на этот раз он довольно рано и кинулся к двери. Бумажка была на месте. Тогда он открыл сундук. На дне лежала свернутая трубкой бумага. Не успел он ее достать, как в дверь вошел дедушка.

— А, уже проснулся! Хороший ученик должен брать пример с зари: она *занимается* каждый день. Что это у тебя в руках? Похоже на древнюю рукопись. Насколько я понимаю, она из сундука. Давай посмотрим, что в ней.

Это в самом деле была рукопись.

Записано на основании свидетельств очевидцев и подлинных документов историком Божьей волею Титом Младшим.

Однажды у ворот славного города Бркдбра, столицы государства Аииарии, остановился юноша. Несмотря на простую одежду, он держался с достоинством. На бледном лице светились большие голубые глаза, а вьющиеся белокурые волосы подчеркивали его высокий лоб. Юноша постучал в ворота и передал стражнику письмо, адресованное правителю Аииарии его величеству Аль Труисту ибн Эмирханшаху. Но стражник был неграмотен и отправил с гонцом записку во дворец. Там записку прочитал придворный Грамотей. Записка была от известного мудреца и праведника Адемихра Разумного. Сам Адемихр много лет назад поселился в пустыне и посвятил свою жизнь изучению наук и укреплению духа. У него была небольшая школа, в которой всегда учились 10 человек. Каждый год один юноша оканчивал школу, а один — поступал в нее. Каким образом мудрец и отшельник находил себе новых учеников, не знал никто. Ученики же, окончившие школу, расходились по свету, выполняя наказ учителя. В записке, адресованной правителю Аииарии, было написано:

> «Досточтимый Аль Труист ибн Эмирханшах!
>
> Я узнал о трудностях, постигших твою страну. Жестокая засуха погубила весь урожай. Страшное землетрясение унесло много жизней и разрушило города и селения. Я знаю также, что ты искренне хочешь помочь своему несчастному народу. Посылаю к тебе одного из лучших выпускников моей школы, юношу, познавшего тайны чисел и фигур, сильного телом и духом. Зовут его Нави Росс. Если ты соблаговолишь сделать его своим советником, то, надеюсь, он сможет помочь тебе найти верный путь к процветанию твоей страны.
>
> С почтением — Адемихр, прозванный Разумным».

Юношу быстро проводили во дворец, и уже через час он удостоился аудиенции правителя.

Надо сказать, что у Аль Труиста были свои советники. Был один старший советник. У старшего советника было два советника 1-го ранга. У каждого советника 1-го ранга было по два советника 2-го ранга. И так далее, до советников 10-го ранга. У советников 10-го ранга советников не было. Понятно, что старший советник не очень обрадовался появлению юноши. И он предложил шаху проэкзаменовать этого выскочку (именно так он назвал юношу, шепча свое предложение на ухо повелителю). Так ли уж хорошо учат в школе Адемихра? Правитель согласился с доводами своего старшего советника и предложил тому задавать свои вопросы.

Старший советник взял из рук одного из своих советников 1-го ранга бумажку, вышел с важным видом вперед и прочитал.

> **23. Вопрос первый.** В нашей благословенной Аииарии, процветающей под мудрейшим руководством Аль Труиста ибн Эмирханшаха, правителя Больших и Малых народов, имеется XVII ведомств, имеющих по XXIII отдела, и в каждом отделе служат по CDIX чиновников. Сколько всего чиновников в нашей стране удостоены высокой чести служить на благо нашему народу?

Эту записку с вопросом старший советник передал в руки Нави, и все числа мы указываем так, как они были написаны в записке. Для записи чисел в стране в то время пользовались римскими цифрами. Тут же появился слуга и передал Нави бумагу и приспособления для письма.

— Сколько времени потребуется тебе, чтобы произвести нужные расчеты?

— Как мне известно, такие расчеты у вас делает специальный отдел вычислений в научном ведомстве. Не знаю, сколько дней требуется этому отделу, чтобы получить правильный ответ, пользуясь таким неудобным способом записи чисел, я же смогу написать нужное число не позднее чем через одну минуту. Все необходимые расчеты я проделаю в уме.

И через 30 секунд юноша написал на бумаге результат. Нужно L взять CDIX раз и еще прибавить CMXIX.

— К сожалению, я должен прибегнуть к такой форме записи нужного числа, поскольку в вашей системе не хватает цифр для обозначения больших чисел.

— Все правильно? — строго спросил Аль Труист.

— Верно! — стараясь скрыть свой испуг, ответил старший советник. На самом деле отдел вычислений еще не сообщил окончательный результат, ссылаясь на сложность работы. Затем старший советник взял бумагу из рук второго советника 1-го ранга.

> **24. Вопрос второй.** Сможешь ли ты в этой бумаге, на которой написан вопрос, проделать отверстие, через которое я мог бы пройти, не сгибаясь?

Нави усмехнулся.

— Такие задачи мы решаем в первом классе нашей школы, — сказал он и показал одно из решений.

Старший советник совсем упал духом. Но тут оба первых

советника подвели к нему за руки маленького человечка и что-то начали шептать ему на ухо. Оказалось, этот человек работает в отделе игр и развлечений. Он придумал игру и знает секрет, позволяющий всех обыгрывать. Пока этот секрет никто не может разгадать.

Старший советник кивнул головой. Маленький человечек гордо вышел вперед, высыпал на стол кучку палочек и сказал:

— Я предлагаю по очереди брать из этой кучки палочки. Каждый раз можно взять не более 6 палочек. Выигрывает тот, кто возьмет последнюю.

— А кто начинает? — спросил Нави.

— Я! — испуганно поглядев на него, ответил маленький человечек.

— Тогда позволь мне, повелитель, сначала пересчитать, сколько здесь палочек. Так будет справедливо, — сказал Нави, обращаясь к правителю.

— Считай! — ответил тот.

Палочек оказалось 50. И юноша воскликнул:

— Но это нечестная игра!

25. — Я думаю, что вы и сами легко можете догадаться, как правильно играть в эту игру, — продолжал Нави.

Правильно играя, начинающий всегда выигрывает. Первым ходом надо взять 1 палочку, а затем, сколько бы ни взял второй игрок, начинающий дополняет взятое им количество до 7. Так, если второй берет 1 палочку, первый берет 6, на взятие 2 палочек он отвечает взятием 5. И так далее.

— Это верно? — грозно спросил правитель.

Но маленький человечек промолчал. Он тут же испуганно юркнул в толпу придворных и исчез в ней.

— Я же знаю, как правильно играть в более сложную игру. Она называется «ним». На стол кладут сколько угодно кучек с любым количеством палочек. Не обязательно одинаковым. Играют двое. Они по очереди берут из любой кучки любое количество палочек. За один ход можно брать только из одной кучки. Тот, кто возьмет последнюю, выигрывает. В зависимости от количества кучек и числа палочек в них при правильной игре выигрывает либо начинающий игрок, либо второй. Но я не могу пока научить никого из присутствующих, как правильно играть в эту игру. Вам не хватает знаний. Я пришел в вашу страну прежде всего для того, чтобы дать народу ЗНАНИЕ.

На этом рукопись обрывалась. Но было понятно, что продолжение последует.

(От автора. Конечно, номера задач в рукописи отсутствовали. Они поставлены мною, чтобы. Одним словом, понятно, для чего.)

Дедушка внимательно прочитал рукопись.

26. — Сколько же всего советников имел этот восточный правитель? — спросил он.

И, не дожидаясь ответа, продолжил: — Впрочем, я думаю, и сегодня тех, кто советует, гораздо больше тех, кто что-то делает. А насчет римских цифр и записи чисел с их помощью придется тебе немного рассказать.

Римских цифр всего 7: I, V, X, L, C, D, M.

Для записи чисел от 1 до 10 используются три знака: I, V и X. I = 1, II = 2, III = 3, IV = 4, V = 5, VI = 6, VII = 7, VIII = 8, IX = 9 и X = 10. Как видишь, I означает 1, V — это 5, X — это 10. Если I расположена перед V или X, то ее вычитают соответственно из 5 или 10, если же после, то прибавляют, причем столько раз, сколько этих знаков следует за V или X.

Числа 10, 20, 90, 100 записываются сходным образом, только при этом используются знаки X = 10, L = 50 и C = 100. Получается, что XX = 20, XXX = 30, XL = 40, LX = 60, LXX = 70, LXXX = 80, XC = 90.

Для записи чисел 100, 200, 300,…, 900, 1000 используются знаки C = 100, D = 500 и M = 1000.

Получаем: CC = 200, CCC = 300, CD = 400, DC = 600, DCC = 700, DCCC = 800 и CM = 900.

Для записи любого числа в пределах тысячи надо к числу из третьей группы приписать справа нужное число из второй группы, а затем и число из первой группы. Например, CDLXXXVI = 486, CMLXXIX = 979.

При записи римских цифр выполняется правило: ни одна цифра не может следовать подряд более трех раз. С помощью римских цифр мы можем записывать числа и более 1000. Однако 5000 мы, следуя правилу, записать не можем. Нужна новая буква (цифра).

27. а) Прочти числа, записанные римскими цифрами: LXXXIX, CCLXXXVII, CDXCVII, CMXCIX, MMDCCLXVI. б) Запиши римскими цифрами числа: 73, 284, 876, 2666. в) Какое наибольшее число можно записать римскими цифрами (по правилу)?

(**Д**—16, 17.)

Как решал первую задачу Нави?

Понятно, что сначала он перешел к обычной записи. Ведь в

римской системе даже сложение — очень непростая операция, а умножение — тем более. Он получил три числа 17, 23 и 409. Требуется найти их произведение. Нави сумел перемножить эти числа быстро и в уме. Как он это сделал?

Он воспользовался одной умной формулой.

Умзар Азум любил говорить, что *умножить* — это значит *умно жить*. А чтобы умно жить, надо уметь умно *умножать* и делить и постоянно *приумножать* свои знания. А тебе приходилось встречаться с формулами?

Судя по выражению лица Феди, он не только никогда в жизни не встречался с формулами, но даже не представляет, где они обитают и как выглядят. Но с другой стороны, как мы можем быть уверены, что не встречали что-то или кого-то, если не знаем, как это что-то или кто-то выглядит?

— Но вам в школе объясняли, как найти площадь прямоугольника?

— Конечно! Чтобы найти площадь прямоугольника, надо перемножить его длину и ширину.

— А чтобы найти, значит, площадь Ленина, — я думаю, в каждом городе была такая площадь, — надо перемножить длину Ленина на его ширину? Ну, ладно, шутки в сторону. На самом деле, то, что ты сказал, это и есть формула для нахождения площади прямоугольника. Это можно записать так:

Площадь прямоугольника = Длина прямоугольника х Ширина прямоугольника.

А так как *что* длина и *что* ширина у прямоугольника — дело спорное, лучше скажем так:

площадь прямоугольника = длина одной стороны х длина другой стороны.

> **28.** Значит, если длина одной стороны прямоугольника равна 1 метру, а другой равна 1 сантиметру, то его площадь равна…?

Чтобы решить эту задачу, надо сначала выразить длины обеих сторон в одинаковых единицах измерения. В данном случае можно в сантиметрах, тогда получим площадь в квадратных сантиметрах.

Тут дедушка остановился и задумался.

— Извини! Я немного увлекся. Попробую тебе объяснить формулу, которой воспользовался Нави, на примерах.

> **29.** Проверь равенства. Лучше сказать (математика любит точность): проверь, что написанные здесь равенства верны:

$4 \cdot 2 = (3 + 1)(3 - 1) = 3 \cdot 3 - 1 \cdot 1$,
$13 \cdot 11 = (12 + 1)(12 - 1) = 12 \cdot 12 - 1 \cdot 1$,
$7 \cdot 3 = (5 + 2)(5 - 2) = 5 \cdot 5 - 2 \cdot 2$,
$11 \cdot 7 = (9 + 2)(9 - 2) = 9 \cdot 9 - 2 \cdot 2$,
$15 \cdot 9 = (12 + 3)(12 - 3) = 12 \cdot 12 - 3 \cdot 3$,
$25 \cdot 11 = (18 + 7)(18 - 7) = 18 \cdot 18 - 7 \cdot 7$,
$(40 + 19)(40 - 19) = 40 \cdot 40 - 19 \cdot 19$.
Сможешь ли ты объяснить общее правило?

Общее правило (формула) таково: если сумму двух чисел умножить на разность тех же чисел, то получим то же самое, если мы сначала первое число умножим само на себя, затем второе умножим само на себя и из первого произведения вычтем второе.

Конечно, настоящей, полноценной формулой это правило станет лишь тогда, когда мы запишем его, как говорят математики, в буквенной, алгебраической форме. И, что очень важно, **докажем** его, а не получим из примеров. Но об этом ты узнаешь в старших классах.

Как с помощью этого правила Нави быстро нашел нужный результат? Сначала он перемножил $23 \cdot 17 = (20 + 3)(20 - 3) = 20 \cdot 20 - 3 \cdot 3 = 400 - 9 = 391$. Затем $409 \cdot 391 = (400 + 9)(400 - 9) = 400 \cdot 400 - 9 \cdot 9 = 160\,000 - 81 = 15\,919$.

30. Найди устно следующие произведения: $31 \cdot 29$, $102 \cdot 98$, $204 \cdot 196$, $999 \cdot 1001$. Чему равно выражение $56\,789 \cdot 56\,789 - 56\,790 \cdot 56\,788$?

Последним заданием для Нави, как ты помнишь, была игра с палочками. Если ты не разобрался в том, почему начинающий игрок, следуя правилу, указанному Нави, обязательно выигрывает, то давай с тобой сыграем в несколько игр.

И дедушка с внуком с увлечением сыграли в описанную игру. Только вместо палочек они использовали спички. Если начинающий действовал по нужному правилу, он обязательно выигрывал. Но стоило ему (начинающему) хотя бы раз изменить этому правилу, то выигрывал уже второй игрок. Разумеется, если он правильно играл. Что дедушка и показал несколько раз внуку.

— Ну что ж! Если ты полностью разобрался в этой игре, то предлагаю задачу.

31. На столе лежат 50 палочек. Двое по очереди берут любое число палочек, но не больше 7. Тот, кто взял последнюю, выигрывает. Кто выигрывает при правильной игре? Начинающий игру или его соперник? Как надо играть?

Я надеюсь, что ты теперь легко справишься с этой задачей. Что касается игры «ним», о которой говорил Нави, то я пока не могу тебе о ней подробно рассказать. Может, немного позднее. А сейчас мы рассмотрим один ее вариант.

> **32.** На столе лежат две кучки палочек. В одной 23 палочки, а в другой — 24. Двое игроков по очереди берут любое количество палочек из любой, но только одной кучки. Выигрывает тот, кто возьмет последнюю. Кто выигрывает при правильной игре: первый игрок или второй? Как должен играть первый игрок?

В этой игре также выигрывает тот, кто начинает. Во время первого хода он должен взять 1 палочку из большей кучки. Надо *уравнять* число палочек в кучках.

Ты понял, как дальше должен играть первый игрок?

И последняя задача на эту тему.

> **33.** На столе лежат 32 конфеты. Малыш и Карлсон по очереди берут со стола конфеты. Разрешается за один ход взять не больше половины имеющихся конфет. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. (Одну конфету нельзя делить пополам.) Выигрыш — большой торт. Конечно, Карлсон настоял на том, что он должен начинать игру. Сможет ли он выиграть? Сколько конфет он должен взять за первый ход, чтобы наверняка выиграть?

В этой игре следует начать с конца. Если на столе 1 конфета, то тот, чей ход, проигрывает. Если на столе 2 конфеты, начинающий выигрывает. Дальше рассмотри, кто выигрывает, когда на столе 3, 4, 5, … конфет. Попробуй найти те числа (назовем их «плохими»), при которых начинающий проигрывает. Легко увидеть, что после 1 «плохим» будет число 3. Найди следующие «плохие» числа. Понятно, что надо стараться оставить сопернику «плохое» число. С этим методом — назовем его **«обратный ход»** — тебе еще придется встретиться.

Глава 6
Арифметика в дождливый день

Конечно, было бы неправильно утверждать, что в течение всех каникул Федя только и делал, что занимался математикой. У него появилось много друзей среди местных ребятишек. Они вместе ходили в лес, купались, играли в разные игры и, конечно, в футбол. Однажды Федя даже разбил мячом окно в местном клубе. Правда, сам Федя утверждал, что виноват его приятель Володя, который не смог поймать брошенный Федей мяч. В общем, кроме математики, были и другие развлечения. Но мы о них не будем рассказывать. К нашей книге все это отношения не имеет.

Да и сами занятия математикой проходили по-разному. Иногда, обычно после завтрака, дедушка с внуком поднимались на второй этаж, и там происходил самый настоящий урок. Так проходили дождливые дни, которые, как известно, бывают каждое лето. Нередко также Федор получал от дедушки задания и с большим удовольствием их выполнял. Ведь все задания, которые предлагал дедушка, были интересными и неожиданными. Совсем не было столь нелюбимых Федором примеров. А может, это просто казалось.

Однажды Федя поинтересовался:

— А ты все эти задачи из собственной головы выдумываешь? Ведь это, наверное, очень трудно?

— Ну, не всегда из собственной головы, бывает, что и из чужой, — ответил дедушка и добавил: — Да, ты прав, выдумывать из головы — дело не очень простое. Но из коленки выдумывать было бы гораздо труднее.

В этот день как раз шел дождь, который дедушка предсказал еще накануне. Он так и сказал вчера: «Поскольку погода сегодня гораздо лучше, чем завтра, надо подготовить для тебя задачки по

арифметике». Вот задачи, которые Федя решал в этот дождливый завтрашний день.

34. На рисунках 2 и 3 отмечены точки, и около них поставлены числа. Соедини на рисунке 2 четные числа, а на рисунке 3 — числа, которые делятся на 5, прямыми линиями, точнее, отрезками прямых, в порядке возрастания. Получатся интересные рисунки.

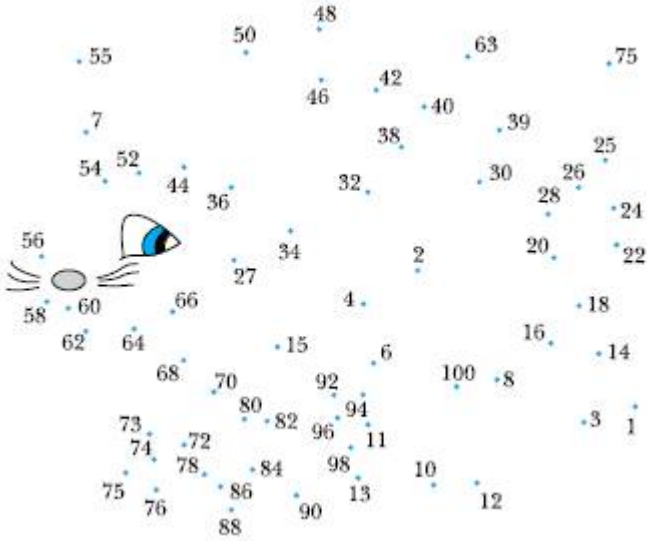


Рис. 2

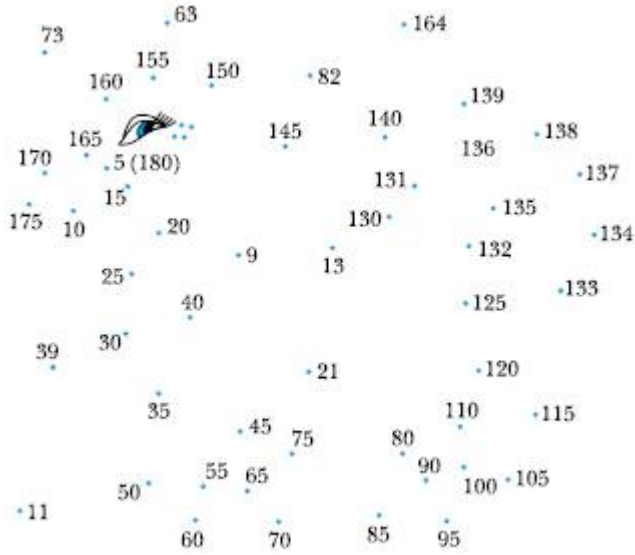


Рис. 3

35. Ты видишь на рисунке 4 много заданий на сложение и вычитание. Делать их надо одно за другим, постепенно заполняя пустые прямоугольники. Если ты встретишь пару прямоугольников, соединенных стрелкой, то надо во втором прямоугольнике, куда ведет стрелка, поставить то же самое число, что и в первом прямоугольнике. Если ты все сделаешь правильно, то в последнем прямоугольнике получится число 100.

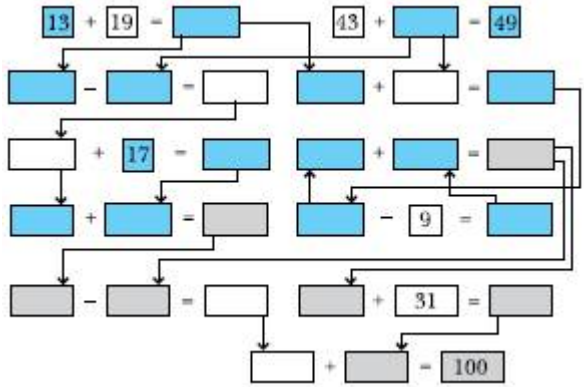


Рис. 4

36. Расставь скобки так, чтобы получилось наибольшее число, и так, чтобы получилось наименьшее число:

а) 31 — 13 + 7 — 5 + 1 = …, 31 — 13 + 7 — 5 + 1 = …;

б) 31 — 13 — 7 — 5 — 1 = …, 31 — 13 — 7 — 5 — 1 = ….

37. Поставь в кружках (рис. 5) числа 1, 7, 9, 14, 15 и 22 так, чтобы суммы троек чисел на каждой стороне треугольника были равными.

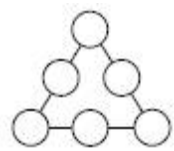


Рис. 5

38. Поставь числа в пустых клетках (рис. 6) так,

чтобы суммы любых трех чисел, идущих подряд, были бы одинаковыми.

3	5	4									
7	8				9						
			13					9		19	

Рис. 6

39. Вычисли:
100 — 1 = …;
100 — (100 — 1) = …;
100 — (100 — (100 — 1)) = …;
100 — (100 — (100 — (100 — 1))) = ….

Можешь ли ты теперь сообразить и быстро сказать, чему равно такое выражение 100 — (100 — (100 — (100 — … — 1))…), в котором число 100 встречается 100 раз?

40. Вычисли устно, найдя удобный способ:
а) 38 + 19 — 37 + 21 — 18 — 20 = …;
б) (2 + 4 + 6 + … + 100) — (1 + 3 + 5 + … + 99) = ….

41. На рисунке 7 изображена фигура, составленная из различных квадратов. У некоторых указаны длины сторон. Сторона самого маленького черного квадрата равна 1. Надо найти длины сторон каждого из квадратов.

Рис. 7

42. Найди сумму: 17 + 19 + 24 + 15 + 12 = ….

А теперь постарайся, используя полученный результат, побыстрее найти суммы:

18 + 20 + 24 + 16 + 13 = …;
16 + 18 + 22 + 15 + 11 = …;
19 + 21 + 25 + 17 + 14 = …;
19 + 20 + 25 + 16 + 13 = …;
20 + 21 + 26 + 17 + 15 = …;
21 + 22 + 27 + 18 + 16 = ….

43. Вычисли значения выражений. Постарайся сделать это быстрым и удобным способом:

7 + 7 — 7 + 7 + 7 — 7 — 7 + 7 + 7 — 7 = 3 + 4 + 4 — 3 + 4 + 3 + 3 — 4 — 3 — 4 = 127 + 139 + 127 + 139 — 127 — 139 — 127 + 139 — 139 — 139 = ….

44. Найди суммы, переставляя слагаемые и объединяя их в пары удобным для сложения образом:

13 + 12 + 27 + 19 + 18 + 11 = …; 3 + 13 + 27 + 7 + 17 + 23 = …; 24 + 11 + 19 + 17 + 16 + 4 = ….

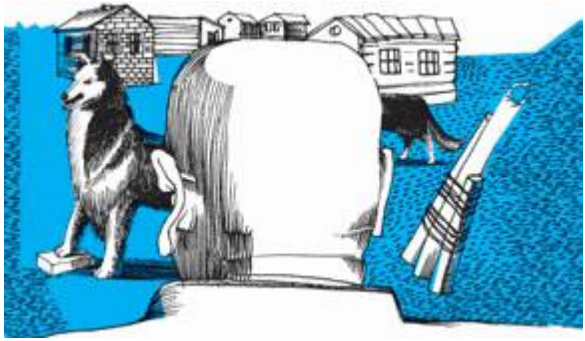
Одним из самых великих математиков в истории человечества был немецкий ученый Карл Фридрих Гаусс, живший в XIX столетии. Рассказывают, что, когда ему было 10 лет и он учился в школе, учитель дал ученикам его класса задание:

45. Найти сумму всех целых чисел от 1 до 100.

(**Д**—18, 19, 20.)

Учитель надеялся, что такое вычисление займет у детей целый урок, и он сможет отдохнуть. Но, к его огорчению и удивлению, маленький Гаусс быстро справился с этой задачей. Он сумел правильно объединить числа в пары. Я думаю, что ты также сможешь найти нужную сумму. Но не надо считать себя таким уж великим, чуть ли не равным Гауссу. Маленький Гаусс самостоятельно нашел нужный *метод*. Тебе же была дана подсказка.

Глава 7
Прогулки



Особенно любил Федя прогулки с дедушкой. Иногда они гуляли просто так, ходили в лес, рассматривали окрестности. Иногда их прогулки имели вполне определенную цель: дедушке надо было зайти на почту или, как в первый день, в магазин. Обычно прогулки превращались в настоящий и очень интересный урок. Дедушка даже придумал специальное название таким прогулкам. Вот как это случилось.

Как-то раз, когда они направлялись на почту, ему встретился старый друг Моцарт Савельевич, который гулял со своей красавицей Земфирой. Земфира была колли. (Колли — это такая порода собак.) Как заметил ее хозяин, Земфира очень любит сосиски и детей. И она сразу же подружилась с Федей.

Дедушка очень обрадовался встрече со своим другом.

— Все молодеешь, Моцарт! Ты же мой ровесник, а у тебя ни одного седого волоса.

Федор внимательно посмотрел на Моцарта Савельевича и убедился, что дедушка совершенно прав. Вернее, *как всегда,* совершенно прав.

Моцарт Савельевич был абсолютно лыс. Голова его была похожа на электрическую лампочку. Она даже ярко сияла на солнце. Босые ноги подчеркивали справедливость того, что сказал дедушка. Ведь босиком любят ходить мальчишки, а не старые почтенные люди.

— А ты, Гаврила, похоже, вообще впал в детство и уже ни с кем, кроме детей, не встречаешься. Помнится, ты обещал прочитать для нас, стариков, лекцию по арифметике, про какую-то великую теорему Ферма. А я тут, кстати, придумал одну задачку. Не для тебя, конечно, а для твоего внучка.

46. Мне, чтобы отсюда дойти до дома, требуется 10 минут, Земфире же, если она сразу побежит домой, — 1 минута. Но все дело в том, что, как только я скомандую «Домой!», Земфира начинает носиться от меня до дома, затем обратно ко мне, потом снова до дома и так до тех пор, пока я не дойду до дома. Я знаю, что расстояние от этого места до моего дома 440 метров. Спрашивается: какое расстояние в сумме пробежит Земфира?

(**Д**—21.)

Между прочим Земфира необычайно умная собака и большая чистюля. Она всегда моет свою миску после еды. Но иногда отвлекается. Кто-то залает на улице. Или что-то другое. Тогда я также командую: «Домой!» И она прекрасно различает обе эти команды.

Дедушка поблагодарил за задачу, сказал, что помнит о своем обещании. И они с Федором продолжили прогулку.

— Запомнил задачу? Мне кажется, ты с ней справишься. А Моцарт Савельевич очень интересный человек. Как ты, наверное, догадался, он сапожник. В нашей деревне никто не покупает ботинок. Все носят сшитую им обувь, естественно, кроме него самого. Еще он изобретатель, садовод и прекрасный музыкант. Каждый вечер он играет на флейте для своих цветов.

Оказывается, цветы лучше растут, если регулярно слушают классическую музыку. Надо непременно сходить к нему в гости. Смотри, как забавно, Моцарт *прогуливает* собаку, а мы с тобой, можно сказать, *прогуливаем* уроки.

С тех пор они так и говорили: «А не пойти ли нам *прогулять* уроки?»

На почте у дедушки было три дела. Во-первых, получить почту, во-вторых, получить пенсию и, в-третьих, отправить телеграмму. Вообще говоря, получать почту и пенсию дедушка мог бы и у себя дома. Но ему нравилось самому ходить на почту. Это было интереснее. Да и зачем утруждать почтальона, у которого и так всегда много работы.

Как всегда, на дедушкино имя пришло много писем. Большинство писем было от бывших учеников, которые спрашивали у своего учителя совета, рассказывали об успехах. Один из учеников, ставший известным геологом, писал, что благодаря дедушкиным урокам он и сейчас очень любит в свободное время заниматься математикой. Особенно геометрией. И даже сам сочиняет задачи. Некоторые из его задач опубликованы в журнале «Квант». (Есть такой очень хороший журнал для детей, увлекающихся математикой и физикой. В нем

имеется специальный раздел для младших школьников.) Письмо этого ученика дедушка сразу прочитал и тут же предложил Феде решить одну из задач. Эта задача была как раз из раздела для младших школьников журнала «Квант».

47. На плоскости нарисованы квадрат и круг (рис. 8). Как одной прямой разделить каждую из этих фигур на две равные части?

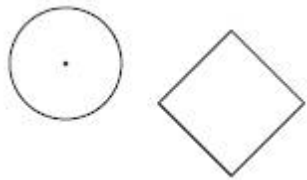


Рис. 8

При выдаче пенсии дедушке напомнили, что ему надо зайти в поликлинику и пройти переосвидетельствование. И после этого ему увеличат пенсию на целых. Впрочем, не будем уточнять на сколько. Дедушка даже рассмеялся:

— Какая-то дикость. Зачем? Что могло измениться за последнее время? Хотя, пожалуй, все верно. Вдруг за это время я стал намного здоровее. И на самом деле мне положено не увеличивать пенсию, а вовсе даже наоборот. Кстати, — обратился он к Федору, — ты заметил, какое красивое слово *переосвидетельствование?* Просто поэма! Это самое длинное слово в русском языке. Я, конечно, не имею в виду всякие придуманные слова, вроде *гидрометопромпроф*… Подсчитай-ка, сколько в нем букв. А самым длинным словом, в котором все буквы разные, будет *разгильдяйство.* Я очень рад, что к тебе оно не относится. Правда, слово *четырехугольник* на одну букву длиннее. Но оно все-таки хоть и немного, но составное. Да и буквы Е и Ё иногда не различают. Слово *дикость* тоже интересное. В нем все буквы следуют в алфавитном порядке. Хотя, конечно, и не подряд. Более длинного слова с таким свойством я не знаю.

А ты хорошо знаешь русский алфавит? — спросил дедушка Федора. — Сколько в нем букв?

48. Какая буква находится точно посередине алфавита?

49. Если посмотришь на буквы алфавита, записанные в алфавитном порядке, то сможешь увидеть вопрос. Какой вопрос содержит русский алфавит?

50. Буквы О, П, Р, С, Т следуют друг за другом в

алфавитном порядке. Если их переставить, то можно получить слово. Найди это слово. Также можно составить слово и из букв П, Р, С, Т, У Они также следуют в алфавитном порядке. Какое это слово?

Я думаю, ты справишься с этой задачей. Могу подсказать, что во втором случае можно получить название одного очень редкого для России животного. Надеюсь, что ты все-таки видел это животное. На картинке или по телевизору. (Заметим, что из этих же букв можно получить еще два слова, которые можно найти в словаре: *спурт* и *струп.)*

Если же взять все шесть букв вместе: О, П, Р, С, Т, У, то можно получить слово *ступор.* Это слово ты можешь и не знать. Прочитай, что оно значит, в словаре. Можно сказать, что *ступор* — это состояние, в которое нередко впадает школьник, не выучивший урока и неожиданно вызванный к доске.

Как-нибудь потом мы с тобой продолжим разговор о языке. Я хочу, чтобы ты понимал: математика и язык очень близки друг другу. Язык математики — это прежде всего точный язык. Я заметил, что дети также очень любят точный язык и умеют точно высказать свою мысль. Помню один случай. В учебнике по математике написано: «Через две точки можно провести ровно одну прямую». И когда одного школьника спросили: «Сколько прямых можно провести через две точки?» — он ответил: «Если ровно проводить, то одну. А если неровно, то можно и две».

Тут дедушка спохватился:

— Мне еще нужно отправить одну важную телеграмму. Надо поздравить учительницу нашей школы со славным юбилеем. Завтра ей исполняется ровно 10 000 дней со дня рождения.

51. А сколько лет этой учительнице?

(**Д**—22, 23, 24.)

Мы очень часто пропускаем памятные даты в своей жизни и жизни своих родных и друзей. Ты, например, на будущий год можешь отметить 4000 дней со дня рождения и поздравить отца с юбилеем. Ему исполнится 2000 недель. Не прозевай!

Кстати, ты знаешь, какое сегодня число?

К сожалению, Федя не помнил. Он потерял счет дням. (Так принято говорить, хотя непонятно, как можно *потерять счет дням,* и главное, где это можно сделать.)

— Так вот, сегодня один из самых важных дней в году. С завтрашнего дня пойдет вторая половина года. А вчера еще была первая половина. Снова получилась задачка.

52. Какое сегодня число? Подсчитай сам.

С календарем также связано много интересного. Ты, наверное, знаешь, что некоторые люди суеверны. Они верят в приметы: боятся черных кошек, плюют через плечо, скрещивают на счастье пальцы. Число 13 считают несчастливым. Несчастливой считается и пятница. Ну а если пятница пришлась на 13-е число, то она называется «черной пятницей». В этот день суеверные люди вообще боятся выходить из дома. Все это, конечно, глупости. Но речь о другом. Оказывается, каждый год бывает «черная пятница».

Итак, задача.

> **53.** Как доказать, что каждый год хотя бы один раз бывает «черная пятница»?

Я полагаю, тебя не пугает слово *доказать*. Решить эту задачу очень легко. Лучше всего действовать методом перебора. Это очень важный и могучий метод. Надо просто перебрать все возможности.

Начнем с 1 января. Этот день может быть воскресеньем, понедельником, субботой. Имеем всего семь возможностей. У нас 12 месяцев. Давай составим таблицу, каким днем недели будет 13-е число каждого месяца в зависимости от того, на какой день недели приходится 1 января. И ты убедишься, что если 1 января — воскресенье, то уже 13 января — пятница. Если же 1 января — понедельник, то пятницей будет 13-е… И т. д. Правда, придется рассмотреть два случая: когда год обычный и когда год високосный. Ты помнишь, чем они отличаются?

Добавлю еще пару задач на близкую тему.

> **54.** Коле недавно исполнилось 2 года. Его брат Вася старше его в 4 раза. Сколько лет исполнится Васе, когда он будет в 3 раза старше Коли? в 2 раза старше Коли?

Эта задача простая, а следующая — потруднее.

> **55.** Один школьник на вопрос, сколько ему лет, ответил: «Позавчера мне было 10 лет, а на будущий год исполнится 13». Как это может быть?

В этой задаче самое главное — понять, какого числа родился этот школьник и когда ему был задан вопрос.

Глава 8
Геометрия и медицина

Ты, конечно, помнишь, что центральной комнатой в доме дедушки была гостиная. И что в гостиной на стенах висело много интересных картин, фотографий и необычных предметов. О некоторых из этих картин уже говорилось в этой книге, о других — на следующих страницах. В первый же день Федя увидел висевшие на стене саблю и ножны. Дедушка сказал, что это — подарок одного из его учеников, который служил после школы в кавалерии, и что подарок с хитростью. Чтобы разгадать эту хитрость, надо внимательно присмотреться к ножнам и сабле.

56. Посмотри и ты на рисунок 9. Что в нем неправильно?

Рис. 9

Висел на стене и странный колпак. Когда Федя спросил, что это за колпак, дедушка даже рассердился:

— Это вовсе и не колпак, а шапка, точнее, шапка-невидимка.

Федя тут же решил проверить слова дедушки и надел колпак-шапку на голову. Но он (или она) оказался (или оказалась) очень большим (или большой). Короче, колпак закрыл все лицо.

— Ну, что я говорил, — обрадовался дедушка. — Ничего не видно? Значит, и правда, шапка-невидимка. Была еще одна, но я давно не могу ее найти.

Федя немного обиделся, снял колпак и *с подковыркой* спросил:

— А может, у тебя имеются и сапоги-скороходы, и скатерть-самобранка, и ковер-самолет?

В ответ дедушка из дальнего угла комнаты принес сапоги, на которых стояла большая печать «фабрика «Скороход».

— Что касается скатерти-самобранки, то она наслушалась всяких слов по телевизору и стала так браниться, что пришлось отдать ее в детский сад на перевоспитание. А заодно и телевизор я отнес в милицию. Я заметил, что он плохо влиял на Клаву и Вуха. А ковер-самолет у меня здесь, — и дедушка указал на свою голову.

Федя немного подумал и продолжил рассматривать комнату. Среди всяких странных и загадочных изображений его внимание привлек ряд картин, на которых были изображены обычные геометрические фигуры: треугольник, квадрат, круг и другие. Сверху на ниточках свешивались различные тела: пирамида, кирпич-параллелепипед, шар, удивительные многогранники.

Дедушка, заметив, куда смотрит Федя, пояснил:

— Это моя аптечка. Если у меня болит голова или подпрыгнуло давление (ты еще, к счастью, не знаешь, что такое давление и что оно умеет *прыгать почище* футбольного мяча), мне помогает круг. Кроме того, круг одинаков по всем направлениям, поэтому он способствует душевному *равновесию.* Для желудка нет ничего полезнее треугольника. Недаром некоторые фрукты имеют вид треугольника. Ты, возможно, слышал о *треугольной груше,* которую вырастил один поэт. Квадрат полезен для головы, он хорошо *прочищает* мозги.

Тут дедушка внимательно присмотрелся к висящему на стене квадрату.

— Кто-то повесил его вверх ногами!

И дедушка аккуратно перевернул картину. Правда, по мнению Федора, ничего от этого не изменилось.

— Этот квадрат еще моему отцу подарил один художник. Потом он сделал несколько *копий.* Здесь их нет. То, на что ты сейчас посмотрел, — это *копья.* Их подарил мне один индейский вождь. Так вот, те *копии* можно увидеть в некоторых музеях. Среди них есть и «Черный квадрат» и «Красный квадрат». Это очень дорогие картины. Но из-за своей цены они потеряли целебные свойства. А теперь посмотри внимательно вон на ту картину, — сказал дедушка. — Как ты думаешь, что в ней необычного?

Федя посмотрел.

— Вроде ничего. Картина как картина.

— Это верно. Картина самая обыкновенная. Только висит она странно.

Федя присмотрелся повнимательнее и ничего странного не заметил. Висела она очень даже нормально. Прямо, а не криво. На веревочке. Только не на одном гвозде, как положено, а на двух. Причем веревка от картины была не просто накинута на гвозди, а продета очень хитрым образом.

— Как повесить картину? — продолжал дедушка. — Что за нелепый вопрос, правда? Берем молоток, забиваем гвоздь в стену и вешаем картину за веревку на гвоздь. И все! Если выдернуть гвоздь, то картина, понятно, упадет. А теперь представим, что мы повесили картину не на один, а на два гвоздя. Что тогда?

— Тогда, если выдернуть один гвоздь, то картина не упадет, останется висеть на втором, — сказал Федя, все еще не понимая, куда ведет разговор дедушка.

— Верно! А вот Моцарт Савельевич сделал так: он вбил два гвоздя и так хитро накинул на них веревку, что теперь, какой из двух гвоздей ни выдерни, картина упадет. Вот у нас появилась еще одна задача. Между прочим, совсем не сложная.

> **57.** Повесь картину на два гвоздя так, что на двух гвоздях она спокойно висит, а если убрать один гвоздь, любой, то картина упадет.

Затем дедушка и внук поднялись на второй этаж, и дедушка продолжил урок геометрии.

— Ты, конечно, встречался и с треугольниками, и с квадратами, и с кругами-окружностями. Не мог бы ты объяснить мне, что такое треугольник?

Особых затруднений этот вопрос у Феди не вызвал. Если взять на плоскости три точки и соединить каждые две из них отрезками прямых, то получим треугольник. После небольшого намека дедушки Федор добавил, что следует взять не любые три точки, а *не лежащие на одной прямой.* Кроме того, дедушка заметил, что треугольник можно было бы назвать и *трехвершинником,* и *трехсторонником.* Но издавна принято название *треугольник.*

Несмотря на то, что Федя прекрасно представлял себе, что такое *квадрат,* легко мог найти его на рисунке, объяснить же, что такое квадрат, он смог лишь с помощью дедушки. Дедушка сказал, что они дали вполне нормальное (он даже употребил непонятное слово *корректное,* обещав когда-нибудь это слово разъяснить) *определение* квадрата. *Квадратом* называется *четырехугольник, у которого равны все стороны и равны все углы.*

— Как видишь, чтобы понять, что такое квадрат, мы

использовали понятие *четырехугольник.* А что такое четырехугольник — я думаю, ты понимаешь. Но четыре точки на плоскости можно соединить различными способами. При этом не всегда получится четырехугольник. На рисунке 10 ты видишь, что четыре точки соединены двумя способами. В первом случае получился четырехугольник, а во втором — нет. Стороны четырехугольника не должны пересекаться. Теперь, я думаю, мне не нужно объяснять, что такое *пятиугольник, шестиугольник* и так далее. Все они являются *многоугольниками.* Просто вместо первой части сложного слова «много-» указывается число сторон этого *многоугольника.*

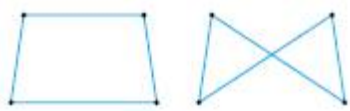


Рис. 10

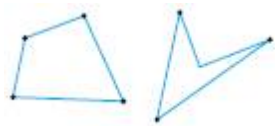


Рис. 11

58. На рисунке 11 изображены два четырехугольника. Попробуй объяснить, чем они отличаются.

— Один из них — выпуклый, а другой — невыпуклый.

59. На рисунке 12 изображены различные фигуры: многоугольники и не многоугольники. Сколько здесь многоугольников? Сколько из них невыпуклых? Сколькоугольником является каждый многоугольник?

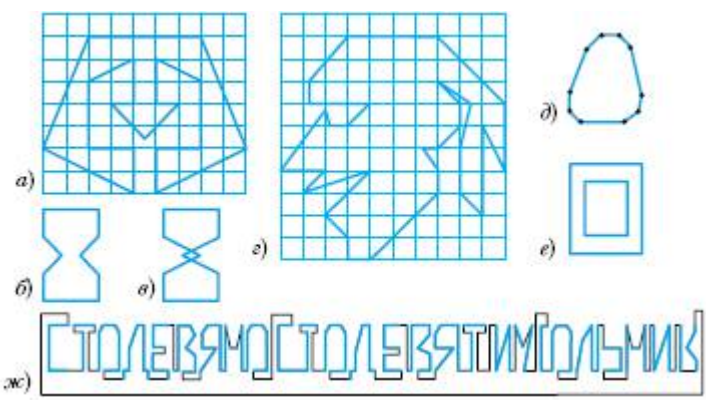


Рис. 12

60. Сколько треугольников можно увидеть на рисунке 13, *а-е*? (Рассматриваются всевозможные треугольники, сторонами которых являются черные сплошные линии, имеющиеся на рисунке.) Сколько четырехугольников имеется на рисунке 13, *а, б, д, е?*

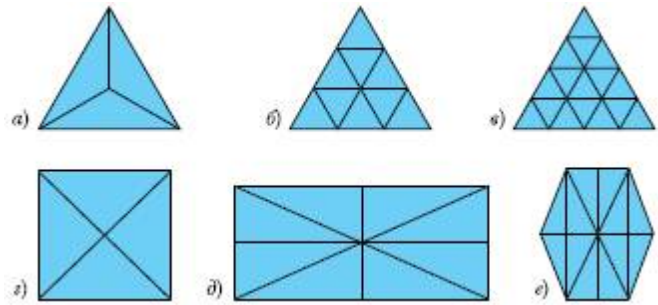


Рис. 13

61. Найди на рисунке 14 какой-нибудь девятиугольник и обведи его.

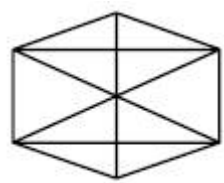


Рис. 14

62. На рисунке 15 закрась разными цветами треугольник, четырехугольник, пятиугольник и шестиугольник так, чтобы они не пересекались и закрашенной оказалась бы вся фигура.

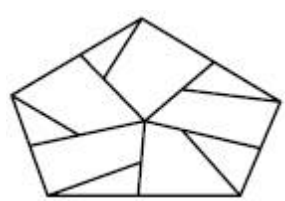


Рис. 15

63. Сколько различных многоугольников можно получить, соединяя данные точки (рис. 16)?

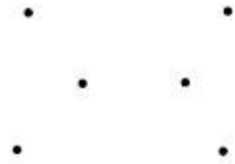


Рис. 16

64. На рисунке 17 ты видишь комнату странной формы. В ней имеется две лампочки. Нарисуй, какие части комнаты освещены двумя лампами, какие — одной, а какие оказались в тени.

Рис. 17

65. На рисунке 18 изображен девятиугольник, стороны которого расположены на шести прямых. Придумай десятиугольник, стороны которого расположены на пяти прямых.

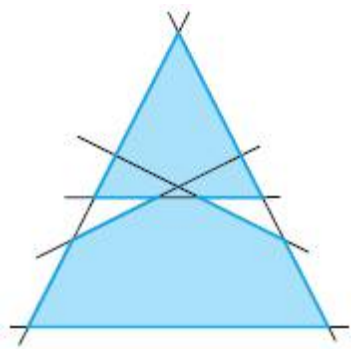


Рис. 18

Глава 9
Продолжение легенды

— Мы согласны, — сказал старший советник, — разум твой хорошо развит. А так ли уж силен ты телом, как об этом говорится в письме? Готов ли ты вступить в единоборство с этим человеком?

Тут старший советник указал на большого человека с огромными руками и маленькой головой.

— Сила человека в его Разуме, — отвечал Нави. — Никто из людей не сможет обогнать гепарда или победить в единоборстве без оружия льва. И все же Учитель научил нас постоять за себя при встрече с любым соперником. Но он же учил, что мы не должны использовать свои Знания и Мастерство во вред любому человеку, если только этот человек не угрожает чьей-то жизни и здоровью. Я вижу, что этот очень сильный, но неразумный человек почему-то желает сразиться со мной, хотя я и не сделал ему ничего плохого. Я не собираюсь демонстрировать специальные известные мне приемы, а предлагаю следующее.

> **66.** У меня в руках платок. Как видите, он невелик. Расстояние от угла до угла меньше половины моего роста. Сейчас я его положу на пол, затем я и этот человек встанем на платок в противоположных его углах. После этого, как бы он ни старался, он не сможет не только ударить меня, но и дотронуться до меня.

И Нави тут же выполнил свое обещание. Положил платок на пол под дверью. Один конец платка был по одну сторону двери, а другой — по другую.

Аль Труист рассмеялся:

— Забавно! Но это всего лишь фокус. А сможешь ли ты поднять вон тот камень? — И он указал на один из двух камней, лежащих в саду. — У нас есть несколько силачей, способных сделать это.

— Я могу поднять гораздо больше. Вот видите эту трость. Она из очень прочного материала. Пусть четыре человека, по два с каждого конца, возьмутся за нее, а я подниму их всех четверых.

Из свиты вышли четыре толстых человека и взялись за концы трости. Нави вынул из своего мешка небольшой механизм, состоящий из двух планок с крючками, небольшой катушки с ручкой, нескольких катушек без ручек и веревок (рис. 19).

Нижнюю планку он прицепил к трости, а другую планку к нижней ветке толстого дерева. После этого он стал вращать колесо, трость начала подниматься и, к всеобщему изумлению, подняла держащихся за нее людей.

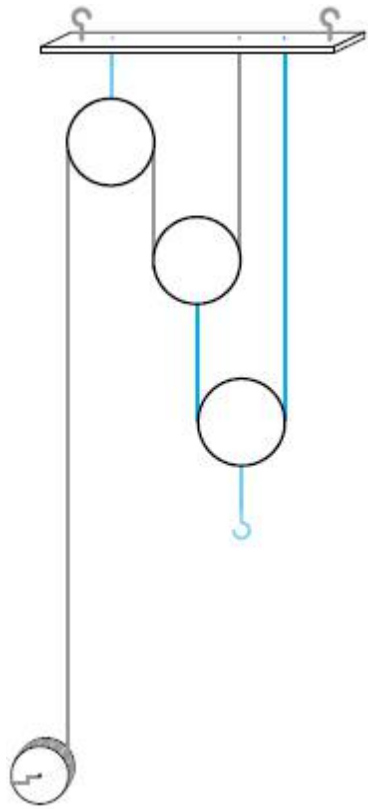


Рис. 19

— Прекрасно! Ну а ты сам без каких-то приспособлений можешь что-нибудь сделать?

— Каждый человек умеет многое. Что-то лучше, а что-то хуже. Я, например, готов посоревноваться с вашим самым лучшим прыгуном. Пусть он покажет свое мастерство. Сможет ли он, например, перепрыгнуть высоту, равную моему росту?

Вперед вышел стройный юноша. Тут же во дворе установили два шеста, а между ними натянули веревку на высоте, равной росту Нави. Юноша разбежался и прыгнул. Он как бы пытался перешагнуть веревку, подбегая к ней боком. Но все его попытки оказались неудачными. Тут настала очередь Нави. Дело в том, что, учась в школе Адемихра, он постоянно занимался физкультурой. Особенно он любил прыгать в высоту и даже изобрел свой способ. Нави разбежался и легко перепрыгнул через веревку. При этом, к удивлению собравшихся, в конце разбега он

повернулся к веревке спиной.

— Достаточно! — хлопнул в ладоши Аль Труист. — Ты прекрасно выдержал испытания, и я с удовольствием беру тебя на службу.

Но на этом испытания Нави не кончились. По дороге к отведенному ему дому на него напали люди в масках. Они хотели не только его побить, но и отобрать у него дорожный мешок, в котором имелось много удивительных и полезных вещей. Без сомнения, это нападение организовал старший советник, который хорошо понимал, что его власть и хорошая жизнь оказались под угрозой. Первые двое нападавших накинулись на Нави с разных сторон. Однако Нави так ловко проскочил вперед, что нападавшие стукнулись лбами и упали на дорогу. Но тут появились другие нападающие. Нави приложил ко рту ладони и издал звук, который издает ворона, когда на ее гнездо кто-то нападает. И тогда со всех сторон появились вороны, спешившие на помощь. Вороны с карканьем набросились сверху на людей в масках, и те в панике разбежались, прикрывая головы руками. А вороны еще долго преследовали их.

На этом заканчивался очередной отрывок.

— Верно! — сказал дедушка таким тоном, как будто он с кем-то спорил. — Добро должно быть не с кулаками, а с мозгами и образованием.

Еще долго дедушка и внук обсуждали прочитанное и строили догадки о том, что будет дальше. (Как вы думаете, легко ли *строить* догадки, из чего их можно строить и что еще можно строить, помимо, конечно, дома или чего-нибудь вроде него? Нет, это не задача, а просто вопрос и размышление.)

Затем дедушка вспомнил, что ему надо пойти в поликлинику. Он посмотрел на часы, висевшие в гостиной, но они остановились. А дедушка в свою очередь остановился перед ними.

— Странно, часы *идут* и время *идет,* часы *остановились,* а время все равно *идет,* впрочем, иногда оно бежит, причем *стремглав,* — тут дедушка печально вздохнул: — Возможно, время — единственное в природе, что никогда не останавливается, а *все время идет,* причем только вперед. Это так, но как бы мне не опоздать в поликлинику. Думаю, еще не поздно. Надо также узнать время и поставить часы. Как это сделать? Ведь у меня нет наручных часов, а эти настенные с собой не потащишь. (Как вы помните, у дедушки в доме не было телевизора, впрочем, радио у него тоже не было, а вернее, хоть и было, но все равно, что не было. Оно не работало.) Давай заведем наши часы, поставим наугад время и прогуляемся вместе в поликлинику, а заодно поговорим о времени и о других приятных вещах.

Вышли они из дома в 12 часов, то есть такое время показывали поставленные наугад настенные часы.

— Ты наверняка слышал, а возможно, и читал сказку про девочку Алису и ее приключения в стране чудес и в Зазеркалье. Ее написал английский писатель Льюис Кэрролл. Он любил придумывать всякие интересные задачи с неожиданными ответами. Можно сказать, что это задачи *с изуминкой.* Впрочем, извини, о Кэрролле я уже как-то тебе говорил и даже дал одну его задачку. Вот еще один из шуточных вопросов, придуманных им: какие часы точнее — те, которые стоят, или те, которые спешат на одну минуту в сутки? Вопрос кажется просто глупым. Но вот как отвечает на него сам Кэрролл. Часы, которые стоят, показывают точное время два раза в сутки. А часы, которые за сутки уходят вперед на 1 минуту, показывают точное время 1 раз за… Сам подсчитаешь, когда вернешься домой. Вот точная формулировка задачи.

67. В данный момент часы показывают точное время. За сутки они уходят вперед на 1 минуту. Через сколько суток эти часы вновь покажут точное время?

(**Д**—25, 26.)

И Льюис Кэрролл делает странный *(парадоксальный)* вывод, что точнее те часы, которые стоят.

Это, конечно, шутка, но шутка вполне серьезная. Надо *точнее* объяснять, что значит *точнее.* Мы часто бездумно употребляем слова: много — мало, больше — меньше, лучше — хуже, труднее — легче.

Вот, например: миллион — это много или мало? И что больше: миллион или миллиончик? Ты думаешь, миллион — это много. Однако, если твой отец сможет заработать за год миллион копеек — переведи-ка это в рубли — то твоя мать не скажет, что он много заработал. Люди плохо представляют, что такое миллион, миллиард и так далее.

68. Как ты думаешь, сколько времени потребуется человеку, чтобы досчитать до миллиона, если за каждую минуту он отсчитывает одну сотню? А до миллиарда?

— Правда, — продолжил с улыбкой дедушка, — я все-таки думаю, что миллион — это много. Я даже знаю, с какого числа начинается *много.* Много начинается. с пяти!!! Не веришь? Давай считать. Один мальчик. Впрочем, один не в счет. Два, три, четыре мальчикА, а вот пять уже мальчикОВ. Две, три, четыре лошадИ. Пять лошадЕЙ. Два, три, четыре цыпленкА. Пять цыплят (или

цыпленкОВ?). А еще лучше: четыре человекА, но пять человекОВ (?) или ЛЮДЕЙ(?); четыре годА, но пять годОВ (?), а лучше ЛЕТ.

Вообще, с пятью иногда бывают проблемы. Герой одного из рассказов писателя Зощенко, у которого была лишь одна кочерга, а надо было еще пять, так и не смог сказать, пять чего ему нужно. А ты сможешь? Кстати, тут есть забавные вещи, в которых не всякий взрослый *сразу* разберется, а некоторые и со второго и даже третьего *разу* (или раза?) не могут разобраться. Например, пять чулок (а не чулков), но пять носков (а не носок).

Совсем уж непонятно бывает, когда мы говорим: лучше — хуже. У поэта Бориса Заходера есть такое четверостишие:

Вопрос мой прост и краток,

Заметил носорог:
Что лучше сорок пяток,
Или пяток сорок?

Конечно, сказать, что здесь лучше, невозможно. Правда, Заходер смог ответить на вопрос, что труднее всего:

А знаете вы,
Что труднее всего?
Это —
Не делать
Совсем ничего!

Я думаю, что здесь поэт прав. Хотя Поэт всегда прав.

В этот момент они подошли к поликлинике. Часы у входа показывали время 12 часов 10 минут. В поликлинике дедушка пробыл недолго, и ровно в 12 часов 30 минут (по часам у входа) они отправились в обратный путь. Дедушка продолжил свой рассказ:

— Ты, как я знаю, любишь спорт. Всегда ли можно определить лучшего спортсмена или лучшую команду? Кстати, ты быстро бегаешь? Есть ли в твоем классе, кто бегает быстрее?

Федя честно ответил, что бегает он неплохо, но два человека в классе все-таки бегают быстрее него.

— Давай возьмем 9 лучших бегунов твоего класса, дадим им номера 1, 2, 9. Номер 1 получает самый быстрый бегун, номер 2 — второй и так далее. Насколько я понял, у тебя будет номер 3. Если соревноваться по двое, то побеждает тот, у кого меньше номер. Теперь разобьем наших спортсменов на три команды по три человека в каждой. Назовем эти команды «Гайка», «Шайба» и

«Винт». И проведем командные соревнования. Сначала каждый бегун одной команды соревнуется с каждым бегуном другой команды. Сколько будет забегов в каждой встрече?

— Девять, — после некоторого размышления ответил Федя. — Каждый бегун одной команды встретится с тремя соперниками.

— Правильно. Победит та команда, которая выиграет больше забегов. Но результат соревнований зависит от того, как мы распределим наших бегунов по командам. Я предлагаю включить в команду «Гайка» бегунов с номерами 1, 5 и 9; в команду «Шайба» — бегунов с номерами 3, 4 и 8; и, наконец, в команду «Винт» — всех оставшихся, у них номера 2, 6 и 7. Как видишь, ты оказался в команде «Шайба». Чтобы ты не запутался, вот тебе бумажка с составами команд.

69. Как закончится соревнование между командами «Гайка» и «Шайба», «Шайба» и «Винт», «Винт» и «Гайка»?

Федор некоторое время шел молча, разглядывая бумажку. Сначала он обрадовался, когда понял, что его команда «Шайба» со счетом 5:4 обыгрывает команду «Гайка», хотя в ней бежит и самый быстрый бегун. Затем с огорчением обнаружил, что у команды «Шайба» с тем же счетом выигрывает «Винт». И, наконец, с удивлением выяснил, что с тем же счетом 5:4 «Гайка» выигрывает у «Винта».

Когда Федор рассказал о своих результатах дедушке, тот сказал:

— Вот видишь, мы не можем сказать, какая команда является самой сильной. Такие случаи в жизни бывают не так уж редко.

Тут они подошли к дому. Часы в гостиной показывали 13 часов 40 минут.

70. — Как ты думаешь, какое время нам нужно поставить на наших часах? — спросил дедушка. — Будем считать, что туда и обратно мы шли одинаковое время.

Признаться, Федя не мог сообразить.

— Давай подсчитаем. Сколько времени мы отсутствовали, если по часам в гостиной мы вышли в 12 часов, а вернулись в 13 часов 40 минут?

— 1 час 40 минут или 100 минут.

— В поликлинике мы пробыли 20 минут. Значит, затратили на путь туда и обратно…

— 80 минут.

— Великолепно! Значит, сколько времени ушло у нас на

дорогу в одну сторону?

— 40 минут.

— Мы вышли из поликлиники в 12 часов 30 минут и через 40 минут пришли домой. Во сколько мы пришли домой?

— В 13 часов 10 минут.

— А часы в это время показывали 13 часов 40 минут. Значит, они спешат на.

— 30 минут.

— Но пока мы с тобой говорили, на наших часах стало уже 14 часов. Значит, мы должны поставить.

— На полчаса меньше. 13 часов 30 минут.

— Так и сделаем. Ну и чтобы закончить с часами, реши такую задачу.

> **71.** В 12 часов дня большая и маленькая стрелки на часах совпадают. То же самое произойдет в 12 часов ночи. А сколько еще раз они совпадут за это время?

Если не знаешь, как *взяться* за эту задачу, то *возьми* мои старые испорченные часы. Как говорится, проделай *эксперимент*.

Глава 10
Больше и меньше

Беда математиков, что они любят все понимать *буквально*. Поэтому и им самим порой бывает нелегко, да и знакомым и родным они доставляют иногда неудобства. Жена говорит мужу-математику: «Возьми рубашку в шкафу». А тот начинает выяснять, в каком шкафу. Хотя всякому понятно, что не в книжном. Всякому-то понятно, но не математику. Вот ты тоже теперь можешь подумать, что в математике нельзя употреблять сравнительные слова: «лучше» — «хуже», «больше» — «меньше». Это неверно. И даже наоборот. Именно слова «больше» — «меньше» — самые распространенные в математике. Для них даже придуманы соответствующие знаки «<» и «>». Первый означает меньше, а второй — больше. Но применяются они только к числам или величинам одного вида. Нельзя сказать, что 5 яблок больше, чем 4 груши. Правильно сказать, что число или количество яблок больше числа или количества груш. Можно сравнивать расстояния по длине, две покупки — по их стоимости, два арбуза по весу, работу оценивать временем, необходимым для ее выполнения. Здесь я произнес очень важное слово «оценивать». Умение оценивать очень полезно в жизни. Ну, например, ты приходишь в магазин и хочешь купить колбасу, которая стоит 86 рублей за 1 килограмм. Продавщица кладет выбранную тобой колбасу на весы. Стрелка немного не доходит до отметки 500 граммов, то есть полкило. После чего, нажимая на кнопки калькулятора, продавщица говорит: «С вас 44 рубля 85 копеек».

72. Что ты ответишь?

— Тут все ясно. Я скажу продавщице, что она ошиблась. Ведь 500 граммов, или полкило, стоят 43 рубля. А моя покупка легче, значит, она и стоит меньше, чем 43 рубля.

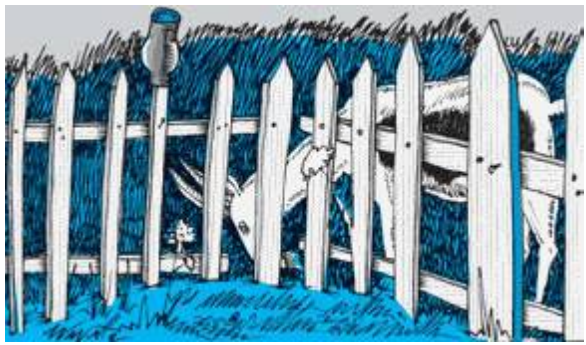
— Верно. Я думаю, что, если продавщица ошибется и назовет сумму, которая меньше правильной стоимости, ты, как честный человек, тоже ее поправишь. Правда, такие ошибки бывают редко. По-моему, сейчас в торговле используются специальные калькуляторы, которые ошибаются лишь в одну сторону.

73. Выполни следующее задание. Здесь написаны пары чисел. Их надо сравнить, то есть поставить между ними вместо союза «и» один из трех знаков «<», «>» или «=»:

1 111 111 и 999 999;
26 • 43 и 1000;
71 • 19 • 117 и 116 • 69 • 18;
5 287 • 7 и 4 • 289 • 9.

(**Д**—27, 28.)

Глава 11
О козе и окружности



— Мы с тобой уже обсудили, что такое треугольник и вообще *многоугольник,* — так начал дедушка очередное занятие в комнате на втором этаже. — А как бы ты объяснил, что такое окружность? Это не так просто, как кажется, хотя, конечно, ты без труда найдешь ее среди других фигур.

74. На рисунке 20 имеется несколько овалов. Какой из них, если и не является окружностью, то более всего на нее походит?

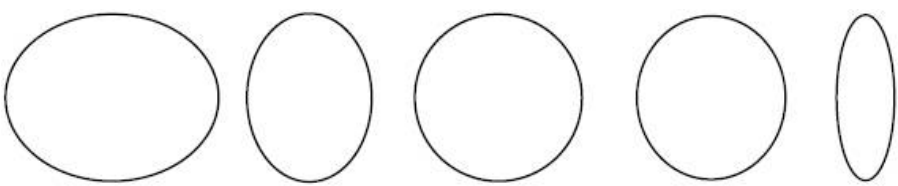


Рис. 20

Федя указал на тот овал, который, по его мнению, был меньше всего *сплющен.* Так он и объяснил свой выбор.

— Верно! И все же, что такое окружность? Я не понимаю, что означает «сплющен». Ну-ка, подойди к окну. Что ты видишь прямо за забором? Вернее, кого?

— Я вижу белую козу.

— Гм! У тебя очень хорошее и даже удивительное зрение. Что касается меня, то я вижу козу, белую с правого бока. Но не в этом сейчас дело. Коза привязана за колышек веревкой. Участок, где она пасется, является…

— Кругом!

— Правильно! А границей этого участка будет окружность. Все ее точки находятся от колышка на одинаковом расстоянии, равном длине веревки. Окружность — это линия, все точки

которой находятся на одинаковом расстоянии от заданной точки. Надо еще добавить, что все эти точки лежат в одной плоскости. Окружность является границей круга. То есть окружность — это линия, а круг — часть плоскости. Да, кстати, подойди-ка еще раз к окну. Что ты видишь теперь?

— Белую козу с большим черным пятном на боку.

— Значит, мы можем сделать вывод, что эта коза белая с большим черным пятном на левом боку. Но вернемся к окружности. У окружности есть *центр*. И все точки окружности находятся на одинаковом расстоянии от центра. Это расстояние называется *радиусом*. Отрезок, соединяющий любые две точки окружности, называется *хордой*. Если хорда проходит через центр окружности, то она является *диаметром*. Как видишь, длина диаметра равна двум радиусам. Диаметр — самая длинная хорда. Для изображения окружности мы используем *циркуль*.

Нарисуй на большом листе бумаги несколько окружностей с помощью циркуля и от руки. Не правда ли, тяжело рисовать окружность *от руки?* (Хотя *от ноги* еще труднее.) Поэтому тебе задание. Каждый вечер ты должен тренироваться в изображении окружности от руки. Это трудно, но полезно. Великий художник Дюрер мог от руки нарисовать окружность и указать ее центр так точно, что даже с помощью циркуля нельзя было найти никаких отклонений.

Итак, у окружности есть центр. Но и у квадрата тоже есть центр.

75. Чем центр окружности отличается от центра квадрата? (Вопрос этот не очень точен с математической точки зрения, но все-таки понятно, о чем спрашивается.)

76. На рисунке 21 изображены несколько окружностей и несколько отрезков. Для каждой окружности один из отрезков равен ее диаметру. Вернее, почти равен. Проверь свой глазомер и попробуй «на глазок» для каждой окружности указать отрезок, равный ее диаметру. Потом проверь циркулем.

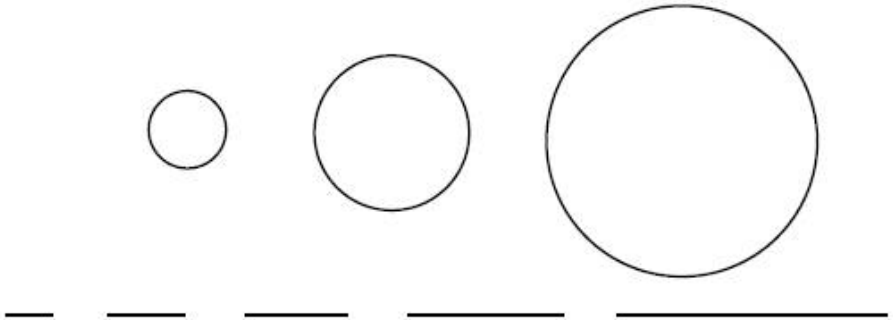


Рис. 21

77. Ты, конечно, видел канализационные люки. В городе их много. Как ты думаешь, почему крышки канализационных люков делаются круглыми, а не квадратными?

Возможно, окружность — самая главная фигура геометрии. Я даже считаю, что *окружность* — это *душа геометрии.* Ты, наверное, слышал о великом Архимеде. Он жил примерно 2300 лет назад в городе Сиракузы на острове Сицилия. За свою жизнь Архимед сделал много великих открытий. Я не стану их перечислять. Говорят, что именно он изобрел *рычаг.* Принцип *рычага* и сейчас используется почти в любом подъемном механизме. Он позволяет с помощью небольшого усилия поднять тяжелый груз. Именно по этому принципу и был устроен механизм, который использовал Нави. Обо всем этом ты вскоре узнаешь на уроках *физики.* А я хочу сказать о другом.

В конце жизни Архимед очень увлекся геометрией. Особенно интересовала его окружность. Архимед сделал замечательные геометрические открытия. Многие из них относятся именно к окружности. Так, например, он доказал, что если диаметр окружности умножить на 22, а затем получившееся число разделить на 7, то в частном будет число, очень близкое к длине окружности. В настоящее время существуют гораздо более точные методы вычисления длины окружности, но метод Архимеда вполне годится для практических расчетов и сегодня.

Когда на родной город Архимеда Сиракузы напали римляне, ученый очень помог жителям Сиракуз при обороне. Например, говорят, что он сумел изготовить большие зеркала и с их помощью направить лучи солнца на корабли римлян и поджечь их. Но силы были не равны. Римляне захватили и разрушили Сиракузы. (Сейчас на месте древнего города находится небольшой порт Сиракуза.) Когда римляне входили в город, Архимед занимался геометрией. Он рисовал на песке круги.

Легенда гласит, что последними словами Архимеда, перед тем как его убил римский легионер, были: «Осторожно, не наступи на мои круги». Об Архимеде можно говорить долго. Удивительный был человек. Некоторые из его открытий в те времена казались никому не нужными. Но сейчас мы можем сказать, что если бы Архимед и другие великие ученые две с лишним тысячи лет назад не сделали свои открытия о свойствах окружностей и других кривых, то человек не смог бы летать в космосе.

Взгляни-ка. Появилась вторая коза. Они мирно пасутся рядышком. Травы хватает, да и коза — животное мирное, если, конечно, ее не дразнить. Вот еще несколько задач на тему козы и геометрии.

78. Представь себе, что длина веревки у одной козы равна 5 метрам, а у другой — 7 метрам. На каком расстоянии надо вбить колышки, чтобы козы не могли помешать друг другу и поссориться из-за какого-нибудь вкусного кустика? Укажи самое маленькое возможное расстояние между колышками.

79. Вообрази, что имеется колодец в форме квадрата со стороной 2 метра. К одному из его углов привязана коза (рис. 22). Какой вид имеет область, где может пастись коза? Нарисуй эту область для случаев, когда длина веревки равна: а) 2 метрам; б) 4 метрам; в) 5 метрам.

Рис. 22

80. Имеется беседка в виде шестиугольника со стороной 2 метра. К одной из ее вершин привязана коза. Изобрази, где может пастись коза, если длина веревки равна: а) 3 метрам; б) 6 метрам.

В любом механизме, сделанном человеком, имеется множество кругов и окружностей. Наверное, самое великое изобретение человека — это колесо. Действительно, это сейчас кажется так просто — колесо. Подумаешь! Но в природе нет колеса. Животные плавают и летают, они ходят, ползают, а некоторые даже имеют свой личный реактивный двигатель. Но

все они бесколесные. И все же круги в природе не редкость. Постарайся вспомнить несколько таких примеров.

— Шляпка гриба, круги на воде от камня… — с трудом вспоминал Федя.

(Добавь и ты что-нибудь к этому списку.)

— И все-таки попробуй объяснить.

81. Почему колесо имеет форму круга, а не квадрата? Рассмотри квадрат, стоящий на прямой (рис. 23). Пусть он начнет перекатываться, как на рисунке. Нарисуй линии, которые описывают центр квадрата, вершина квадрата, некоторая точка *A,* отмеченная внутри квадрата.

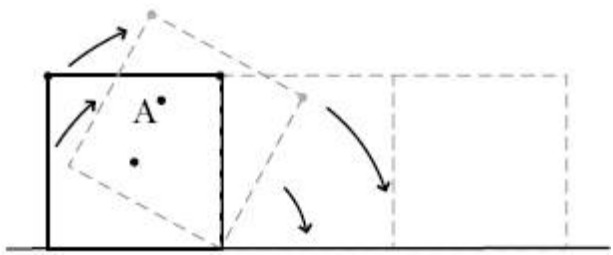


Рис. 23

Впрочем, можно придумать дорогу, по которой будет удобно ездить на велосипедах с квадратными колесами.

Окружность обладает очень важным свойством. Если мы начнем ее вращать вокруг центра, то ничего не меняется, просто одни точки окружности переходят в другие. *Окружность может скользить сама по себе.* Существует еще одна линия, обладающая таким же свойством, и ты ее знаешь. Какая это линия?

Федя подумал, но *на ум ничего не приходило.* (Странное выражение, не так ли? Особенно если *в него вдуматься.* И опять…)

— Это же — самая обычная прямая.

— Верно, — согласился Федор.

Глава 12
Расцвет

Можно сказать, что с появлением Нави жизнь в стране изменилась к лучшему. Начал он с самого главного — со школы. Основными в школе стали шесть предметов: родной язык и литература, математика, физкультура, история и география, искусство, природа. Нави научил жителей десятичной системе счисления. И сразу стали развиваться торговля и строительство. Ведь умение правильно и быстро выполнять вычисления очень важно и в торговле, и в строительстве. Но не только. Человеку всегда приходится что-то считать.

Жизнь и труд людей сильно облегчили различные изобретения. Некоторые были сделаны еще Учителем Адемихром, другие самим Нави, а третьи уже учениками Нави.

Во много раз сократилось число советников и работников Ведомств. Чтобы они не мешали и не устраивали заговоры, всем, кто добровольно уходил в отставку, сохранили все привилегии. Главное, чтобы они ничего не делали и никем не руководили.

Самыми заметными людьми в стране стали Учитель, Врач и Поэт. Им выдавались специальные головные уборы. Любой человек имел право на то, чтобы его хорошо учили и, если он заболевал, хорошо лечили. Но главной обязанностью Врача было не лечение, а наблюдение за людьми и предотвращение болезней. Любой человек мог обратиться к Поэту с просьбой прочитать стихи. Учитель, Врач и Поэт пользовались в стране огромным почетом и уважением. Каждый встречный с ними обязательно здоровался, а ремесленники и торговцы почитали великой честью подарить Учителю, Врачу или Поэту свое изделие или товар.

Аль Труист очень привязался к Нави и всегда или почти всегда выполнял его просьбы. Конечно, бывали случаи, когда правитель был в плохом настроении, чувствовал себя неважно. В такие моменты Нави старался избегать обращаться к нему с просьбами. Но иногда все же приходилось.

Так, однажды пасмурным утром, когда у Аль Труиста сильно разболелась голова и он не хотел никого принимать, Нави все же осмелился обратиться к нему.

Раздраженный правитель воскликнул:

— Клянусь, что на сей раз я не выполню твоей просьбы!

— Жаль, — смиренно произнес Нави, — ведь моя просьба очень мала. Здесь за дверью стоят десять недостойных людей. Прошу тебя, откажи хотя бы одному из них в его просьбе.

Аль Труист рассмеялся. У него даже прошла головная боль. Он понял, что если он собирается сдержать данное только что слово, то должен удовлетворить просьбы всех десяти человек. А правитель был человек слова.

— Спасибо, что ты привел только 10 просителей, а не 100, — пошутил Аль Труист.

Многие жители обращались к Нави, и он помогал им разобраться в самых разных проблемах. Вот несколько примеров.

82. Однажды к Нави пришел владелец постоялого I двора. Он обвинял своего работника, что тот украл у него 1 драхму. Вот что рассказал этот человек:

— Ко мне на постоялый двор прибыли два путника. Переночевав, утром они заплатили за двоих 30 драхм и уехали. Но, подсчитав, я понял, что взял с них лишние деньги. Я послал вдогонку работника, дав ему с собой 7 драхм. Он должен был вернуть каждому из путников по 2 драхмы, а 3 драхмы передать на строительство новой школы в нашем селении. Он утверждает, что выполнил мое поручение. Тогда я стал считать. Оба путника заплатили по 13 драхм, всего 26. Да 3 драхмы я передал на строительство школы. Получается 29 драхм. Куда пропала 1 драхма?

83. В другой раз обратились три человека с просьбой разобраться в сложном случае, приключившемся с ними. Они шли из одного города в другой и по дороге решили поесть. Первый достал из мешка 5 лепешек, второй — 3 и третий — 1 лепешку. Все лепешки они съели поровну. После этого третий выложил 8 лепт в уплату за лишние съеденные лепешки. Как они должны поделить эти деньги?

Второй считает, что ему положено 3 лепты, а первому — 5 лепт. Прав ли он?

84. Один человек никак не мог выбрать, на какую работу ему лучше устроиться, и просил совета. На одной работе первую неделю он работал бесплатно, но за каждую следующую неделю, начиная со второй, он получал на 1 драхму больше, чем за предыдущую. На другой же работе он работал бесплатно две недели, но зато за каждые следующие две недели он получал на 4 драхмы больше, чем за две предыдущие. Какая работа выгоднее?

85. Пришлось решать Нави спор между жителями одной деревни и известным бароном Мюнхгаузеном, владевшим участком земли неподалеку. Спор шел из-за рощи оливковых деревьев. Барон утверждал, что эта роща принадлежит ему. Жители деревни говорили, что это не так. В их распоряжении был обгоревший кусок карты (рис. 24). Большая часть карты сгорела при пожаре. На оставшемся обрывке имелся лишь замок барона, указаны части границы его владений и сама роща. Нави сумел по этому куску карты определить, входит роща во владение барона или нет. Как он это сделал?

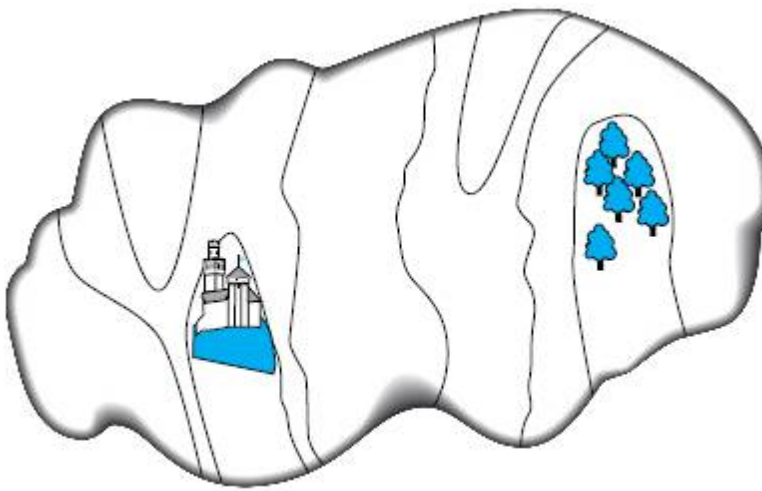


Рис. 24

Это несколько примеров задач, с которыми приходилось сталкиваться Нави в начале своей службы у Аль Труиста. Постепенно жители страны стали лучше разбираться в математике и с такими простыми вопросами уже не обращались. Конкурсы по решению математических задач стали самым обычным явлением. Каждую неделю Нави и его помощники придумывали 9 задач: 3 для школьников младших классов, 3 для старших школьников и 3 для взрослых. В этих конкурсах участвовали почти все жители страны. Победители становились очень известными людьми, о них пели песни и рассказывали в школах. Многие жители страны с увлечением сами придумывали математические задачи. Особенно — по геометрии. Свои задачи люди изображали цветными красками на специальных досках, которые вывешивались на центральных площадях городов. Считалось, что человек, постигший тайны геометрии, достиг высшего совершенства. К сожалению, большинство достижений

геометров Аииарии оказалось впоследствии утеряно, и их заново открывали уже другие поколения.

Это были прекрасные годы расцвета математики и поэзии. Многие математики становились поэтами, а поэты — математиками.

— Да, — вздохнул дедушка, прочитав очередной отрывок, — сегодня очень трудно найти настоящего *человека слова,* хотя *человеки слов,* то есть *болтуны,* встречаются на каждом шагу. А уж людей, разбирающихся в *логике,* а тем более в *математической логике,* да еще среди правителей, нет совсем. Ведь для того чтобы понять, какую ловушку устроил Нави для Аль Труиста своей просьбой (помнишь это место? Прочитай его еще раз), надо быть не только человеком слова, но и человеком слова, который разбирается еще и в математической логике. Честно говоря, я сам в ней не всегда хорошо разбираюсь. Самыми трудными для меня являются логические задачи. А ты понял, что Аль Труист оказался вынужден выполнить просьбы всех 10 людей, чтобы сдержать данное им слово?

— Кажется, понял, — не очень уверенно ответил Федор и решил перевести разговор на другую тему: — А как с поэзией? Ты любишь стихи? А сам когда-нибудь писал стихи?

В ответ дедушка еще раз и более глубоко вздохнул:

— Я очень люблю стихи. Да и всякий математик любит поэзию, музыку, живопись. На самом деле математика, литература, музыка, живопись очень близки друг другу. Ведь, чтобы быть математиком, поэтом, художником, музыкантом, надо иметь хорошее ВООБРАЖЕНИЕ.

Писал ли я сам? Видишь ли, не всякий человек, который умеет говорить в рифму, является поэтом. Я люблю писать стихи, но не делаю этого по двум причинам. Так, как я хочу писать, — я не умею. А так, как я умею, — я не хочу писать. Правда, я однажды в жизни был поэтом. Всю ночь я писал стихи и написал одно *гениальное* стихотворение. Но, к сожалению, утром забыл почти все. Запомнил лишь две строчки. Первую и последнюю. И дедушка *с выражением,* но различным выражением прочитал:

Я однажды в жизни был поэтом!

…….

…….

…….

…….

Я однажды в жизни был поэтом?

Но ты немного увел меня в сторону. Я хотел сказать, как важно, когда во главе государства стоит человек образованный и честный.

— А если выбирать, как это делаем мы? — спросил Федя. — Ведь мы всегда можем выбрать самого лучшего.

— Ну, здесь все далеко не так просто. Я не буду тебе долго объяснять всю сложность проблемы выборов, а приведу один пример. Сначала ответь на два вопроса: сколько у вас в классе учеников и есть ли такой ученик, который явно выделяется среди других?

— У нас в классе 29 человек. Я думаю, что Коля Васильев является у нас самым лучшим.

— Теперь представь себе, что надо выбрать 5 человек из класса для очень интересной поездки, допустим, в Америку или на озеро Байкал. Я думаю, что Коля Васильев непременно окажется среди этих 5 человек. Допустим также, что среди 24 оставшихся учеников 16 очень любят Колю, а 8 не любят. Например, просто завидуют. А к остальным 4 счастливцам отношение примерно одинаковое. Но вдруг выясняется, что поехать должны не 5 человек, а только 4. Устраиваем голосование. Против Коли 8 голосов. А против каждого из остальных примерно по 4. В результате голосования не поедет.

— Коля!

— Вот именно. А теперь наоборот. Из этих 5 надо выбрать 1, самого лучшего. Понятно, что выберут Колю. Вот тебе и выборы. Один и тот же человек — и самый лучший, и самый худший.

Глава 13
О смысле слов

— Насколько я помню, мы уже немного поговорили о математике и языке. Математика — это язык. Но это язык — точный. Каждое слово, каждое выражение в математике должно иметь точный и единственный *смысл.* В то время как в обычном языке и слова, и целые фразы могут пониматься по-разному, многие писатели и многие математики любят *играть языком,* рассматривая слова и выражения *так и сяк.* Однако, если одно слово слишком долго *вертеть и так и сяк,* оно может потерять всякий смысл. Попробуй, повтори 100 раз слово *смысл,* и оно потеряет само себя.

Кстати, ты обратил внимание, что выражение *играть языком* выглядит *двусмысленно.* Возникают какие-то *нелепые (нелепые)* вопросы. Например, можно ли играть носом или ухом?

Здесь Федя вспомнил, как папа однажды сказал про одну мамину подругу, что она на работе только и делает, что *чешет язык…* или *языком.*

— Очень многие загадки основаны на различном смысле, который можно вложить в вопрос. Вот простой пример.

86. Чем оканчивается и день, и ночь?

(Д—29–35.)

— Зарей! — воскликнул Федя. — Только день кончается вечерней зарей, а ночь — утренней.

— Верно! Но возможен и другой ответ, основанный на другом понимании вопроса. В молодости мы с друзьями очень любили играть в слова, — продолжал дедушка. — Я знаю несколько таких игр. С одной из них ты уже немного знаком. Надо из букв какого-нибудь слова составить как можно больше других слов. Бывают даже слова, которые отличаются друг от друга только

перестановкой букв. Например, *апельсин* и *спаниель, вертикаль* и *кильватер.*

87. Возьми орфографический словарь русского языка и попробуй с его помощью найти все слова, которые можно получить из букв слова *товар.*

Интересно придумывать слова из букв фамилий знакомых людей. К сожалению, из нашей с тобой фамилии *Привалов* ничего особо интересного не придумаешь. Разве что *пролив* или *провал.* А вот у нас в школе была учительница по фамилии *Евзерихина.* Так она из своей фамилии получила знаешь что? *Завихрение.* Проверь, что слово это действительно состоит из тех же букв, переставленных в другом порядке. Мы когда-то играли в такую игру: надо было придумать фамилию человека (или имя) и из тех же букв, только в другом порядке, составить его профессию. Например, *планерист Расплетин* (знаешь, кто такой планерист?). Мой друг придумал такой пример: *рисовод Сидоров.* Был даже *невропатолог Егор Платонов.* (Невропатолог — это такой врач. Желаю тебе никогда с ним не встречаться, и вообще, пореже встречаться с врачами. Лечись геометрией.)

88. В нашей столовой работала женщина по фамилии Архипова. Как ты думаешь, кто она по профессии?

Попробуй сам придумать какую-нибудь пару «человек — профессия».

Конечно, ты можешь спросить: а причем здесь математика? Хотя, полагаю, теперь ты уже не задашь такой нелепый вопрос. Но *кто-то* так спросить может. Но так как этого кто-та здесь нет, то я не стану отвечать на этот вопрос, а задам тебе другой:

89. Прочитай внимательно две фразы. Первая: *«В этой фразе двадцать восемь букв».* Вторая: *«В этой фразе двадцать девять букв».* В чем, по-твоему, самое важное различие между этими фразами?

Первая фраза отличается от второй хотя бы тем, что она верна. Чего не скажешь о второй фразе. Чтобы в этом убедиться, достаточно подсчитать число букв в каждой фразе. А вот еще два истинных (верных) утверждения. Проверь! *«Это предложение содержит двенадцать слов, двадцать шесть слогов и семьдесят три буквы». «В этой фразе двенадцать В, две Э, семнадцать Т, три О, две Й, две Ф, семь Р, четырнадцать А, две З, двенадцать Е,*

шестнадцать Д, семь Н, семь Ц, тринадцать Ь, восемь С, шесть М, пять И, две Ч, две Ы, три Я, три Ш, две П».

К сожалению, придумать фразу, в которой обыгрывались бы все 33 буквы алфавита, мне не удалось. Может, кто-нибудь (хотя бы с помощью компьютера) сумеет это сделать? Это было бы здорово.

90. Какое слово надо поставить вместо многоточия в фразу *«Число букв в этой фразе равно…»,* чтобы это было и верное, и грамотное утверждение?

91. А вот еще одна забава, связанная с алфавитом и арифметикой. Давай выпишем алфавит и занумеруем все его буквы. Теперь мы можем писать шифрованные послания, заменяя буквы числами. Я думаю, ты легко прочтешь слово 1, 9, 2, 21, 12, 1 или целую пословицу: 20, 6, 18, 17, 6, 15, 30, 6, 10, 20, 18, 21, 5, 3, 19, 7, 17, 6, 18, 6, 20, 18, 21, 20. А можно, наоборот, из слов получать числа. Если мы каждому слову или выражению из слов поставим соответствующую сумму номеров входящих в него букв, то можно получить забавные равенства или же неравенства. Вот несколько примеров. ПАР = ОСА, РОГ = ЗЛО, МИША = ГАЛЯ, МАМА И ПАПА = ДОЧЬ. Попробуй и ты придумать интересные равенства такого типа.

92. Сейчас все увлекаются кроссвордами. Занятие это не очень умное и к математике имеет далекое отношение. Но все-таки я предложу тебе небольшой кроссворд. Он интересен тем, что в нем всего 10 слов, которые полностью заполняют квадрат 5 х 5 (рис. 25). Одни слова тебе хорошо известны, другие — не очень. Но ты их узнаешь, когда впишешь известные слова.

По горизонтали:

1) нос у слона,
6) царская немилость,
7) человек, сдающий свою кровь,
8) группа орущих и бегающих мальчишек,
9) закон.

По вертикали:

1) человек, идущий пешком,
2) то, чем является ножка стола для самого стола,
3) любимый фрукт обезьян,
4) серебристый металл, используемый при паянии,
5) столкновение двух машин или самолетов лоб в

лоб.

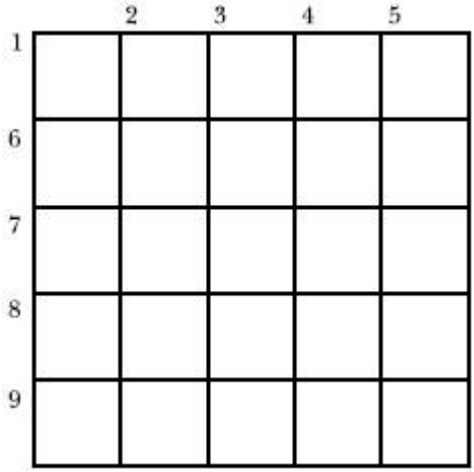
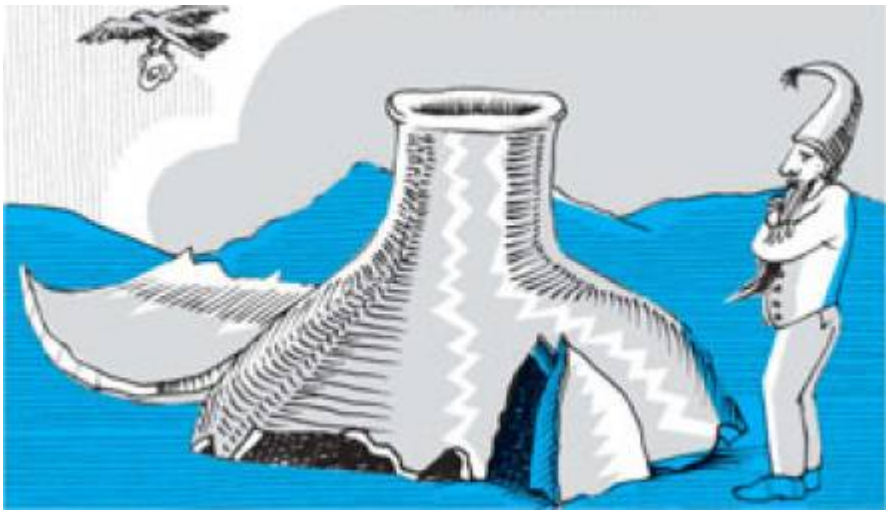


Рис. 25

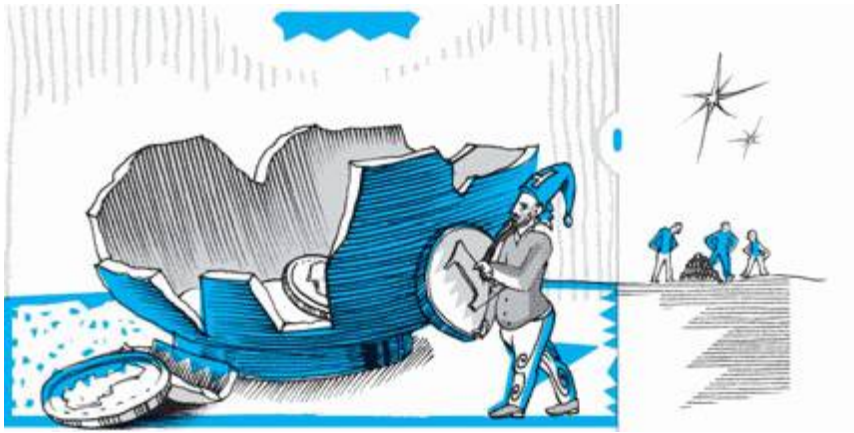
Глава 14
Задачи на части и на уравнивание



— Слышал ли ты когда-нибудь о таком маленьком существе по имени *Часть?*

Этот вопрос, неожиданно заданный дедушкой, когда они в очередной раз *прогуливали* уроки, очень удивил Федю. Конечно, слово *часть* ему было знакомо. Он даже понимал, что бывают разные части. Например, когда учительница говорит, что сегодня *часть* урока будет посвящена обсуждению последнего приказа директора школы, то никаких вопросов не возникает. Это хорошо, но скучно. С другой стороны, его сосед по парте Рамиль похвастался однажды, что его брат военный и служит в какой-то очень секретной *части.* Но о загадочном существе по имени *Часть* Федя не слышал никогда.

— Попробую объяснить на примерах. В старинных задачах часто делят наследство. Рассмотрим фразу *«Три брата разделили наследство в отношении* 2:3:4». (Между числами, указывающими отношение, принято ставить двоеточие.) Как это надо понимать? Пусть наследство в рублях. Тогда существует такой гномик, который называется Часть, или, точнее, Одна Часть, у которого есть такая сумма денег, что у первого брата ровно в 2 раза больше денег (говорим, что у него 2 части), чем у него, у второго брата в 3 раза больше денег (у него 3 части), чем у гномика, а у третьего брата соответственно в 4 раза больше (4 части). Понятно, что у этого гномика деньги свои собственные и никакого отношения к наследству он не имеет. Так что про него можно забыть. Давай сразу и решим простую задачу.



93. Три брата должны согласно воле отца разделить оставленное наследство в сумме 2340 драхм в отношении 2:3:4.Сколько драхм положено каждому брату?

(**Д**—36–39.)

Решение достаточно простое, вспомним и тут же забудем о нашем гномике по имени Одна Часть. Тогда первый брат должен получить 2 части, второй — 3 части, третий — 4 части. Значит, все наследство — это 2 + 3 + 4 = 9 частей. Разделив 2340 на 9, найдем, чему равна одна часть, а затем и суммы, положенные каждому из братьев.

Я не знаю, изучали ли вы в школе задачи, а вернее, способы решения с иксом (обозначается буквой x). Если да, то ты можешь сказать, что это просто решение с иксом. Это верно. Но *Икс* фигура очень важная. И мы его оставим на будущее для более серьезных случаев.

Для контроля реши еще две простые задачи.

94. Группа туристов за два дня прошла 72 километра. При этом расстояния, пройденные в первый и второй дни, относятся как 3:5. Сколько километров прошли туристы в первый и второй день?

95. Расстояния, пройденные группой туристов за два дня, относятся как 3:7. При этом во второй день они прошли на 24 километра больше, чем в первый. Сколько километров туристы прошли в первый день?

Теперь другая задача, тоже достаточно простая.

96. На двух полках стоят книги. Всего 91 книга. При этом на нижней полке на 7 книг больше, чем на верхней. Сколько книг стоит на каждой полке?

Задача эта не трудная, но все-таки я расскажу два способа ее решения.

Первый способ: *метод подбора.* Понятно, что на нижней полке больше половины всех книг. Если бы на нижней полке было бы 47 книг, то на верхней будет 44 книги. Всего на 3 меньше. А должно быть на 7. Значит, на нижней полке больше, чем 47 книг. Если бы на нижней полке была 51 книга, то на верхней — 40. Значит, 51 — это многовато. И число книг на нижней полке больше 47 и меньше 51. Можно перебрать все варианты. Их всего три: 48, 49 и 50. Подойдет 49. Тогда на верхней полке 42 книги. Итак, мы получили ответ: на нижней полке 49 книг, а на верхней 42 книги.

— А разве так можно решать задачи? — удивился Федя.

— Вполне хорошее решение. Мы не просто угадали ответ, но и обосновали *(доказали!),* что ни больше, ни меньше 49 книг на нижней полке быть не может. К сожалению, во многих телевизионных играх требуется только угадать ответ. Игрок не должен объяснять, *почему* верен именно этот ответ. А вопрос *почему?* как ты помнишь, — главный вопрос в математике. А теперь решим эту же задачу по другому.

Второй способ: *метод уравнивания.* Снимем с нижней полки 7 книг. Тогда общее число книг станет 91 — 7 = 84 и на обеих полках будет книг поровну. Значит, на верхней полке 42 книги, а на нижней 42 + 7 = 49 книг. Получили тот же ответ. Что не удивительно. Оба решения правильны. К сожалению, иногда можно получить правильный ответ и при неправильном решении. Помнится, я уже приводил такой пример.

Вот еще одна задача, несколько иная по формулировке, но при решении которой «работают» те же методы.

97. 30 животных — собак и кошек накормили котлетами. Каждая собака съела по 3 котлеты, а каждая кошка по 2. Всего было съедено 73 котлеты. Сколько было собак и сколько кошек?

Эту задачу также можно решить методами *подбора* и *уравнивания.* (Это вовсе не означает, что нет других способов ее решения.) Попробуй подобрать ответ самостоятельно. Не забудь объяснить, почему нет другого ответа. Я же покажу, как можно воспользоваться методом уравнивания.

Дадим всем животным по 2 котлеты, как кошкам. Потребуется 60 котлет. Осталось 13 котлет. Чьи это котлеты?

— Собачьи.
— Верно. Значит, было 13 собак и 17 кошек.

Глава 15
Задачи и забавы из сундука

Каждое утро первым делом Федя открывал сундук. И почти всегда находил там что-то интересное. Он уже этому не удивлялся. К чудесам привыкаешь быстро. Скорее, он удивлялся тем редким случаям, когда сундук оказывался пустым. Очень часто в сундуке обнаруживались условия интересных задач, описания занимательных математических забав, различные инструменты и материалы, помогающие выполнить предлагаемое задание. Федор понимал, что эти задачи и забавы придуманы Нави и его помощниками для учеников и жителей Аииарии. Все, что Федя вынимал из сундука, он складывал на своем столе. Сначала с правой стороны. Там собирались задачи и задания, в которых он еще не разобрался. А те, что он выполнил — сам или с помощью дедушки, перекладывал на левую сторону. Пора и нам познакомить читателя с этой все пополняющейся на столе коллекцией.

98. Эту удивительную забаву прислал нам друг из соседней Индии. Его имя Капрекар. Возьми любые четыре цифры, но не все одинаковые (одинаковыми могут быть три). Запиши их в порядке убывания, начиная с наибольшей. Получишь четырехзначное число. Затем запиши эти цифры в порядке возрастания. Получишь другое четырехзначное число. Вычти второе из первого. Если результатом будет число трехзначное, припиши спереди 0. С получившимися четырьмя цифрами поступи точно так же. Не позднее чем на седьмом шаге ты получишь некое число. При этом ты быстро поймешь, что дальше вычислять смысла нет. Это число ты сможешь прочитать на обратной стороне этой бумаги, если

подержишь ее под лучами жаркого солнца.

99. Ты сам можешь составить для себя упражнения на два самых трудных арифметических действия: умножение и деление. Возьми большой лист бумаги, нарисуй на нем квадратную сетку (рис. 26). Представь себе, что все квадраты окрашены в шахматном порядке. Рассмотри лишь белые квадраты. Сверху вниз от одной белой клетки до другой проведи произвольный зигзаг, стороны которого идут по белым диагоналям (число сторон у зигзага любое). Возьми два горизонтальных ряда из белых клеток, начинающихся в верхнем и нижнем концах зигзага и идущих в правую сторону (см. рис. 26). Во всех клетках зигзага впиши 1. Напиши 1 и в клетках, составляющих два горизонтальных ряда. (Сначала поставь 1 лишь в первых клетках.) Теперь начни заполнять числами белые клетки внутри получившейся полосы и вправо от зигзага по следующему правилу. Возьми любые четыре соседние белые клетки, образующие квадрат с вершинами вверху и внизу, а также справа и слева:

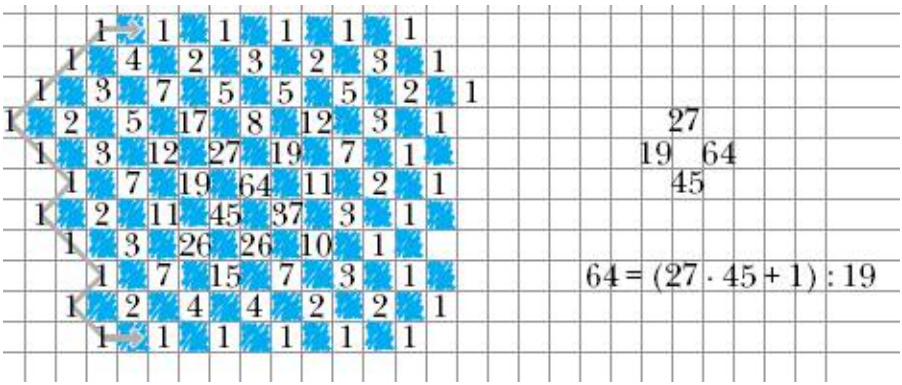


Рис. 26

Здесь буквы В, П, Л и Н означают верхний квадрат, правый квадрат, левый квадрат и нижний квадрат. Если во всех четырех квадратах стоят числа, то связь между ними определяется равенством В Н + 1 = Л П. Другими словами, если мы знаем числа, находящиеся в верхнем, нижнем и левом квадратах, то мы

можем найти число, стоящее в правом квадрате. Для этого нам надо перемножить числа из верхнего и нижнего квадратов, прибавить к произведению 1 и разделить получившуюся сумму на число, стоящее в левом квадрате. Начав двигаться от зигзага, мы начнем заполнять соответствующие белые клетки числами, которые сначала будут расти, а затем уменьшаться, пока снова не возникнет другой зигзаг из 1, но уже с правой стороны. На рисунке 26 показан пример: начальный зигзаг (он слева) и то, что из него получилось.

Удивительно, но всякий раз деление будет возможно без остатка. Если, конечно, ты не будешь ошибаться. Чем длиннее исходный зигзаг, тем большие по величине числа будут появляться.

100. Однажды на постоялый двор прибыл чужестранец. У него не было денег, но была золотая цепочка из 7 звеньев. Он договорился с хозяином, что за каждые сутки проживания будет платить по 1 звену из своей цепочки. При этом он должен отдавать 1 звено сразу, как закончатся сутки. Понятно, что для выполнения этого условия необходимо распиливать цепочку. Путник прожил на постоялом дворе ровно 7 дней, полностью рассчитался с хозяином и при этом распилил лишь одно звено в цепочке. Как это ему удалось?

101. По дереву, высота которого равна 10 метрам, ползет улитка. За день она поднимается на 3 метра, а ночью сползает вниз на 2 метра. Через сколько времени она доберется до вершины дерева?

(**Д**—40–41.)

102. На противоположных краях Большой Желтой пустыни находились два караван-сарая. Из каждого ежедневно точно в полдень отправлялся караван верблюдов, который пересекал пустыню ровно за 7 суток и прибывал в противоположный караван-сарай так же точно в 12 часов дня. Сколько встречных караванов будет на пути следования одного каравана?

103. На какое наибольшее число частей можно разрубить подкову двумя ударами меча?

104. В круге проделана круглая дырка, не лежащая в

центре (рис. 27). Разрежь круг на две части, которые затем можно сложить так, что получится такой же круг, но с дыркой в центре.

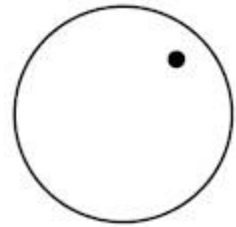


Рис. 27

105. Летит стая драконов. Среди них есть драконы двух видов. У одних три головы и два хвоста, а у других — две головы и три хвоста. Всего голов 173, а хвостов 192. Спрашивается: сколько трехголовых и сколько двухголовых драконов в стае?

106. Хитрый Иосиф. Существует легенда, согласно которой после захвата Иотапаты римлянами Иосиф вместе с 40 иудейскими воинами бежал и спрятался в пещере. Находясь в пещере, воины решили, что лучше покончить с собой, чем попасть в руки завоевателей. С этим не согласился сам Иосиф и еще один человек. Однако, опасаясь открыто выступить против остальных, он как будто с ним согласился и предложил выполнить принятое решение организованно: всем встать в круг и убивать каждого третьего, пока не останется один человек, который совершит самоубийство. Затем Иосиф поставил себя и своего единомышленника на такие места, что они оказывались последними двумя остающимися в живых. Какие места определил Иосиф себе и своему единомышленнику?

107. 3 прыжка волка равны 5 прыжкам лисы. Но за то время, когда волк делает 4 прыжка, лиса делает 7 прыжков. Кто из них бежит быстрее?

Глава 16
Предсказания и прогнозы

Дедушка обратил внимание Феди на два первых задания из нашего списка (98 и 99). Он посоветовал выполнить их несколько раз. Что же касается задания 99, то его для тренировки надо делать ежедневно, меняя начальный зигзаг. Это не только полезно, но и очень интересно. Удивительным образом каждый раз получающиеся числа делятся нацело. (Здесь автор решил воспользоваться своим положением и обратиться к читателю. Непременно проделай это упражнение. Ты получишь большое удовольствие.)

— Задача 98 — пример абсолютно точного предсказания. Я могу привести и другие примеры, правда, более простые. Сначала я напишу на бумажке некоторое число и положу эту бумажку на стол под тарелку. А теперь ты задумай любое число. Задумал?

— Да! 17.

— Не надо мне его сообщать. Давай снова. Задумай любое число.

— Задумал.

— Теперь прибавь к нему 5, затем вычти 3, прибавь 1 и вычти задуманное число. Все сделал?

— Да.

— Возьми бумажку, там написано число, которое ты получил.

108. Какое число было записано на бумажке?

— Ну, здесь все понятно, — сказал Федор.

— Хорошо. Вот чуть более сложная задача.

109. Я снова пишу на бумажке число и кладу ее под тарелку. Теперь ты задумай любое однозначное число, умножь его на 5, прибавь 3, получившееся умножь на 2,

прибавь 5, зачеркни первую цифру. У тебя получилось число, написанное на бумажке. Возможно, правда, перед ним у тебя стоит 0, если ты задумал 9. Можешь ты объяснить, почему всегда будет получаться один и тот же результат?

Но это все не предсказания, а математические забавы. Ты, конечно, можешь спросить: а можно ли вообще предсказать будущее? По телевизору часто выступают всякие «темные» личности, предсказывающие будущее. Некоторые даже объявляют себя учеными. Это так называемые *астрологи.* На самом деле, это не ученые. Люди даже погоду на завтра не всегда могут правильно предсказать. Ну ладно, оставим эту тему. Я лучше дам тебе пару задач с *подвохом.* (Что такое *под-вох* знаешь? И чем он отличается от *над-воха?)*

110. Сейчас 12 часов дня, и у нас в Квашино идет сильный дождь. Возможно ли, чтобы ровно через 60 часов у нас светило яркое солнце?

111. Ты интересуешься футболом. Я, например, могу предсказать, какой будет счет перед началом любого матча.

Это две немного шуточные задачи. Точно предсказывать нельзя. За исключением очевидных и неинтересных событий. Завтра будет четверг. В июле будет дождливый день. Впрочем, может случиться, что в течение всего июля в нашей деревне не будет дождя. Но это, как говорят математики, маловероятно. За всю историю существования Квашино такого июля не было.

Иногда можно угадать, что то или иное событие произойдет. Давай посмотрим, умеешь ли ты угадывать.

112. Я сейчас опишу на бумажке некоторое событие, которое то ли произойдет, то ли не произойдет в ближайшие 10 минут. Кладу эту бумажку под тарелку. Теперь ты на своей бумажке напиши слово «да», если считаешь, что это событие произойдет, и слово «нет», если считаешь, что оно не произойдет. По прошествии 10 минут с того момента, когда я положил под тарелку свою записку, мы вынимаем обе бумажки и читаем. Если ты угадываешь, то я никогда в жизни не буду больше есть конфеты «Гипотенуза». Если же нет, то ты громко кричишь «кукареку».

(Д—42–44.)

— Но я совсем не хочу, чтобы ты не ел любимые конфеты, — сказал Федя.

— Не волнуйся. Чтобы лишить меня любимого лакомства, ты должен угадать. Уверяю, тебе не удастся выиграть. Никогда.

Федя задумался, какое такое событие может описать дедушка, что он не сможет угадать. Ведь одно из двух должно произойти. Либо «да», либо «нет».

Какое же событие написал дедушка на своем листке?

— Ну ладно, внучек. Не буду тебя мучить. Тем более, что задачка эта трудная. Она на математическую логику. Честно скажу: я сам в свое время не догадался. Видишь, на моей бумажке написано: «Ты напишешь слово «нет». Чтобы теперь ты ни написал, ты проигрываешь.

Честно говоря, Федя не очень понял.

— Допустим, ты написал слово «нет». Значит, событие, которое я описал, произошло. А ты сказал, что оно не произойдет. Ты проиграл. Теперь допустим, ты написал слово «да». Событие, описанное мною, не произошло. А ты сказал, что оно произойдет. Ты опять проиграл.

Теперь Федя вроде бы все понял, хотя и был немного разочарован. Это всего лишь математический фокус. Он так и сказал дедушке.

— А настоящие фокусы ты умеешь делать? — спросил он неуверенно.

— Попробую. — И дедушка достал из сундука несколько карточек. Он показал карточки Феде. На них были написаны числа от 1 до 10. Он сложил карточки цифрами вниз и предложил Феде их перемешать. Затем эти карточки опустил в правый карман и, постучав по нему и сказав какое-то заклинание, предложил Феде заглянуть в карман. Карман оказался пуст. После этого дедушка достал карточки из другого кармана, разложил их на столе цифрами вниз и предложил Феде взять любую карту.

— Сейчас ты вынешь карту с номером 7, — сказал он.

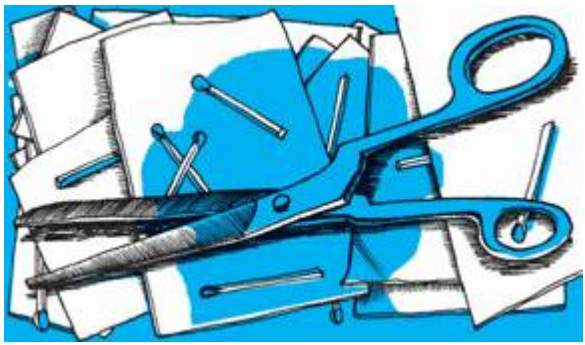
К огромному изумлению Феди, именно так и случилось. Федя даже немного *опешил,* а затем и *ошалел.* А может, наоборот, сначала *ошалел,* а затем *опешил.* Нет, на самом деле он одновременно и *опешил,* и *ошалел.* (Честно говоря, смысл этих слов мне, автору, не очень понятен. Возможно, что *опешил* означает, что человек ехал на лошади, а потом вдруг пошел пешком. А как объяснить *ошалел,* я не знаю. Бабушка Фединой мамы носила шаль. Возможно, от этого она *ошалевала.* Но причем здесь Федя?)

— А еще раз!
— Хватит и одного.

113. Ты лучше подумай, как я это сделал.

В действительности, все очень легко. Этот фокус, правда на картах, давным-давно показал мне один человек, когда я отдыхал в Ялте. Я неделю потом ходил за ним и просил объяснить секрет. И когда он поддался на мои уговоры и рассказал, я долго удивлялся. Как все просто! И до чего мы все доверчивы!

Глава 17
Геометрия в дождливый день



Когда настал очередной дождливый день, который накануне, как всегда, точно предсказала дедушкина *поясница,* утром в сундуке обнаружились в большом количестве листы белой бумаги, ножницы, коробок со спичками и еще кое-что.

— Самое время заняться геометрией, — сказал дедушка. — Начнем со спичек. Я беру 9 спичек и выкладываю так, чтобы получилось три треугольника. Сторона каждого равна длине спички (рис. 28). Точнее, каждая сторона равна длине спички. Треугольники, у которых равны все три стороны, называются *равносторонними.* Треугольники, у которых равны две стороны, называются *равнобедренными.*

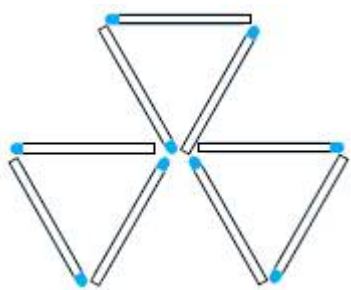


Рис. 28

114. Переложи две спички так, чтобы образовалось 4 таких же треугольника.

Эта задача простая. А сейчас внимание: очень важная задача!

115. Сложи 6 спичек так, чтобы получилось 4 треугольника со стороной, равной спичке.

Федя некоторое время пытался на столе сложить нужным образом 6 спичек, но у него ничего не получалось.

Дедушка некоторое время наблюдал за его попытками, а потом сказал:

— *Плоские* у тебя мысли, дорогой внук. Не забывай, что мы живем в пространстве.

И тут Федю *осенило* (почему не *олетило,* ведь до осени еще было далеко?), а может, *озарило* (это, пожалуй, ближе к правде, поскольку он не так давно проснулся): надо сложить спички в виде пирамиды (рис. 29)! Ура!!! Федя был счастлив почти также, а может, и более, чем когда его любимая команда забила решающий гол в решающем матче. (Автор знает эту команду, но не говорит, чтобы те ребята, которые болеют за другую команду, не обиделись на Федю.)

Рис. 29

— Вот видишь! Невозможное на плоскости оказывается возможным в пространстве. Однако продолжим наши забавы со спичками.

116. Видишь, на столе лежит 12 спичек, образующих 3 квадрата (рис. 30). Переложи 3 спички так, чтобы они образовали 4 таких же квадрата.

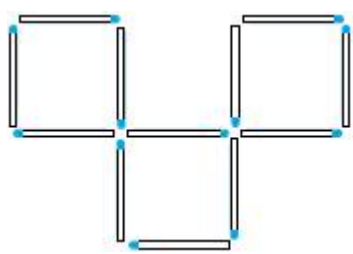


Рис. 30

117. А теперь расположи 12 спичек так, чтобы образовалось 6 (!) таких же квадратов.

После некоторых размышлений и дедушкиных намеков Федя догадался, что спички надо сложить в виде куба (рис. 31). Конечно, держаться спички в воздухе не могли, но все равно именно в этом и состояло решение.

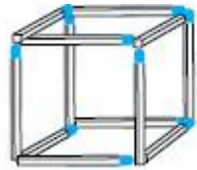


Рис. 31

— Треугольная пирамида и куб — два главных многогранника. Какие многоугольники на плоскости соответствуют им? — спросил дедушка.

— Треугольник и квадрат.

— Согласен. Как ты помнишь, у многоугольников есть вершины и стороны. При этом число вершин всегда равно числу сторон. А что у многогранников? У них есть вершины, ребра и грани. Не буду объяснять, что это такое. Это понятно. У треугольной пирамиды 4 вершины, 6 ребер и 4 грани. Меньшего числа ни вершин, ни ребер, ни граней у многогранника быть не может.

118. Придумай два многогранника с 5 вершинами, но с различным числом граней.

На рисунке 32 изображены два различных многогранника с 6 вершинами. Один из них — это пятиугольная пирамида, а другой — треугольная призма. Пирамиды и призмы — самые главные виды многогранников. У треугольной призмы 6 вершин, 9 ребер и 5 граней. Куб — тоже призма. Четырехугольная.

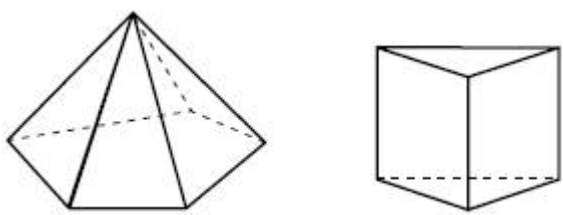


Рис. 32

119. У куба 8 вершин, 12 ребер и 6 граней. Все грани у куба четырехугольники, точнее, квадраты. Придумай многогранник, у которого также было бы 8 вершин, 12 ребер и 6 граней, но не все грани были бы четырехугольниками.

Поверхность треугольной пирамиды состоит из 4 треугольников. Эту поверхность можно разрезать по ребрам или как-то иначе и «развернуть» на плоскости. Получим «развертку»

пирамиды. И наоборот: чтобы изготовить из листа бумаги поверхность треугольной пирамиды, можно сначала нарисовать на этом листе «развертку» и, сложив ее по соответствующим линиям, получить поверхность треугольной пирамиды.

120. Какие рисунки из трех имеющихся (рис. 33) являются «развертками» треугольной пирамиды?

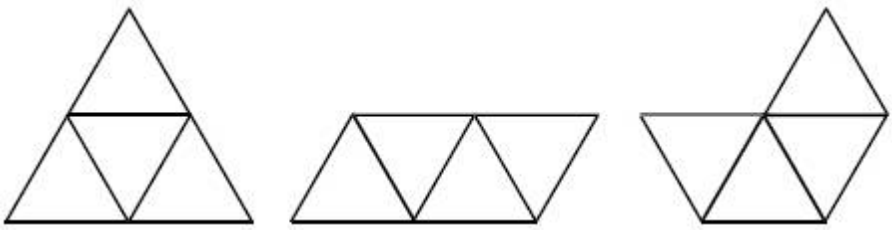


Рис. 33

121. а) Какие из изображенных здесь фигур, составленных из 6 квадратов (рис. 34), являются «разверткой» поверхности куба? б) Дорисуй соответствующие полоски и склей из возможных разверток кубы.

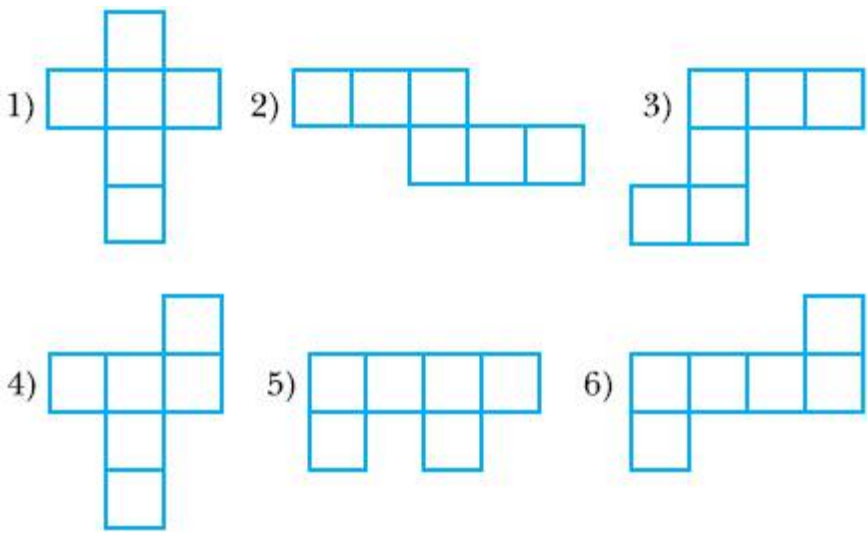


Рис. 34

Конечно, при изготовлении пирамиды или куба из «разверток» надо как-то заклеивать получающиеся щели между гранями. Иначе они будут расходиться. Это можно сделать при помощи липкой ленты. А можно при изготовлении «развертки» вырезать специальные полоски для склейки, как на рисунке 35.

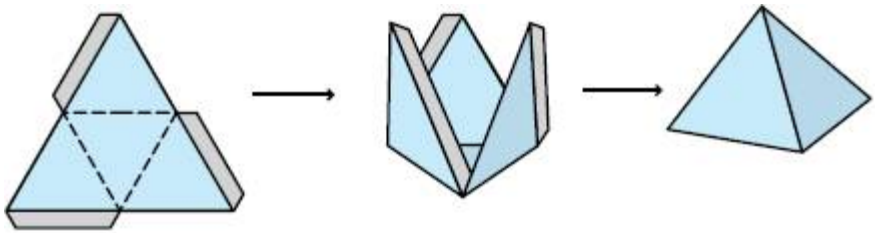


Рис. 35

Но можно, оказывается, «сплести» поверхность треугольной пирамиды или куба.

122. Чтобы сплести поверхность треугольной пирамиды, все грани которой равносторонние треугольники, возьми две полоски бумаги, состоящие из четырех одинаковых равносторонних треугольников и из пяти (рис. 36). Сложи из одной полоски пирамиду, а затем вплести в нее другую, как на рисунке 36.

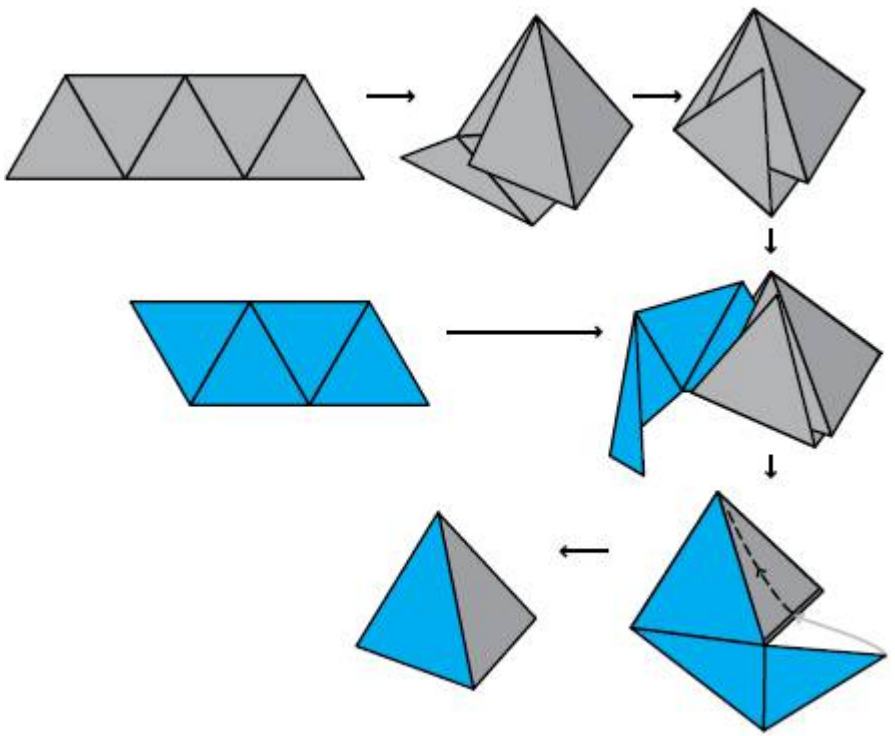


Рис. 36

Если взять полоски из бумаги разного цвета, то получится поверхность пирамиды, две грани которой одного цвета, а две грани — другого. На рисунке 36 показано, как надо сложить каждую полоску. После этого концы второй сложенной полоски надо просунуть в щели пирамиды, получившейся из первой

полоски. Из рисунка понятно, что должно получиться в результате.

123. Можно предложить два способа сплетения поверхность куба. Для первого нужны три полоски бумаги, разделенные на четыре квадрата (рис. 37). Для второго способа нужны три полоски бумаги, составленные из пяти одинаковых квадратов (рис. 38). Сплети два куба указанными на рисунках 37 и 38 способами.

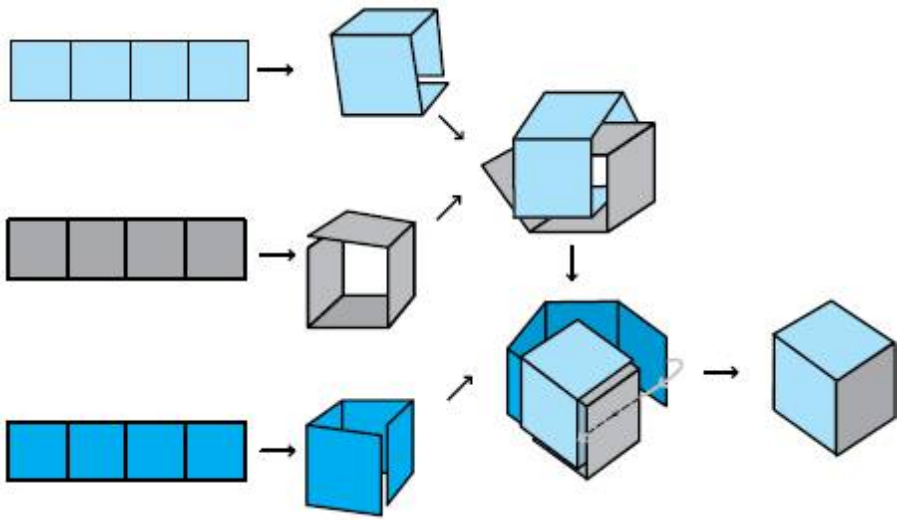


Рис. 37

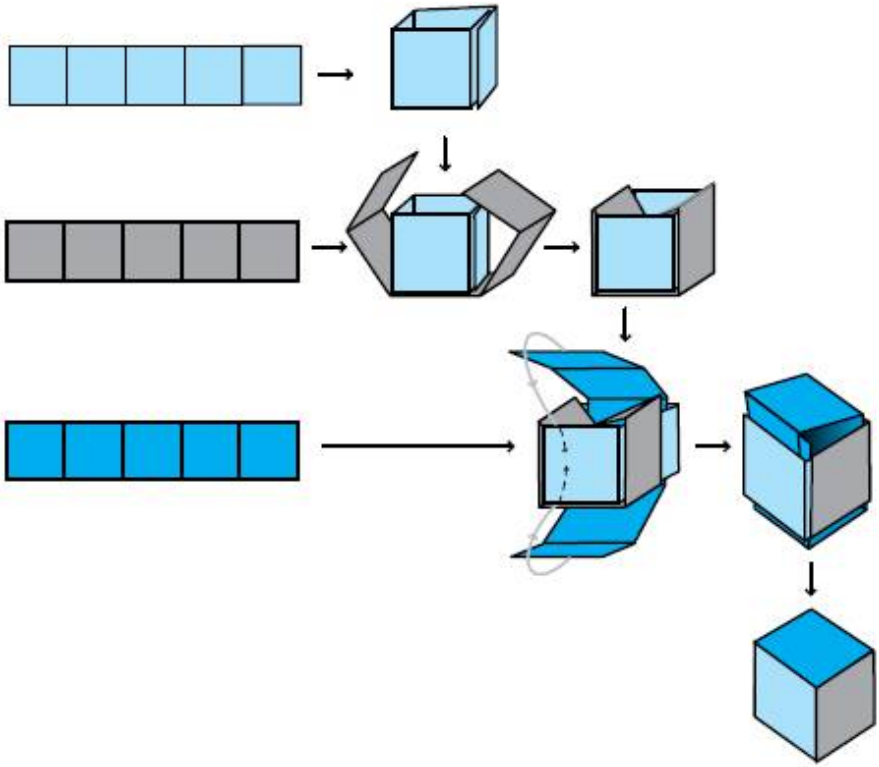


Рис. 38

На рисунках показано, как сложить каждую полоску. Затем надо последовательно добавлять к первой полоске вторую и третью, при этом, если необходимо, просовывать концы следующей полоски в образовавшиеся щели. Если взять полоски из разноцветной бумаги, то в первом случае (см. рис. 37) получим куб, у которого пары соседних граней имеют одинаковый цвет. Во втором случае (см. рис. 38) одного цвета будут две противоположные грани.

Коробки в виде куба часто используют в торговле для упаковки разных предметов.

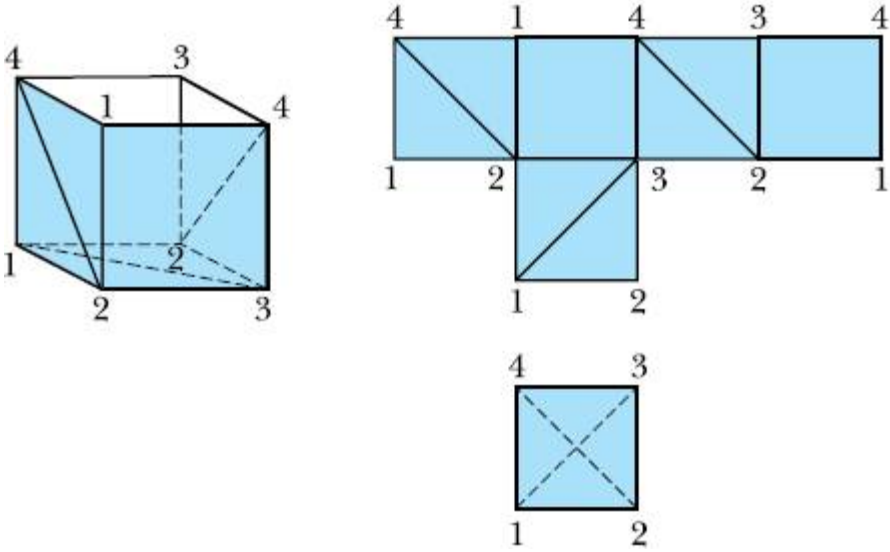


Рис. 39

124. а) Из рисунка 39 ты можешь понять, как можно изготовить складную кубическую коробку. В раскрытом виде она представляет собой куб без одной грани, без крышки. Две из пяти граней коробки — квадраты, а три — составлены из двух треугольников. Соседние грани и треугольники соединены так, что они могут складываться (например, при помощи клейкой ленты). При складывании коробка превращается в квадрат. Иногда к сложенной коробке добавляют еще один квадрат, который надо положить на дно развернутой коробки. Тогда она будет более прочной. Сделай складную кубическую коробку, б) Попробуй сделать такую же коробку, но с крышкой. Причем крышка должна не просто накрывать коробку, но и держаться закрытой.

Глава 18
Задачи на движение

— Не скажешь ли ты мне, дорогой внук, с какой скоростью вы ехали ко мне в деревню? — с таким вопросом обратился однажды дедушка к Федору.

Федя вспомнил, что, как только они отъехали от дома, мама, посмотрев на какой-то прибор перед рулем, похожий на часы, сказала: «Смотри! У нас скорость 90 километров в час». Тогда еще Федя про себя немного удивился: как это может быть, если они едут меньше 10 минут? Именно это и рассказал Федя дедушке вместо ответа на его вопрос.

Дедушка рассмеялся:

— Что такое скорость? Любое движение имеет скорость. В самом простом случае скорость находится как результат деления длины пройденного пути на время. Если за 1 час машина проехала 90 километров, то говорят, что ее *средняя скорость* равна 90 километров в час. Если же при этом за равные промежутки времени она проезжала равные расстояния, то это означает, что на всем пути у нее была одна и та же скорость — 90 километров в час. Обычно так не бывает. Какие-то отрезки машина проезжает быстрее, какие-то — медленнее.

125. Если машина едет со скоростью 90 километров в час (это обозначают обычно 90 км/ч), то какое расстояние она проезжает за 1 минуту, за 1 секунду?

(Д—45–48.)

Эту задачу Федя решил легко. Правда, сначала надо было перевести километры в метры. Получается, что за 1 час, то есть 60 минут, машина проезжала 90 000 метров, а за 1 минуту соответственно в 60 раз меньше. А за 1 секунду еще в 60 раз меньше.

— Давай теперь найдем, с какой средней скоростью вы проехали весь путь. Ты не забыл, чему равно расстояние от вашего дома до нашей деревни? Будем для простоты считать, что это расстояние 300 километров. Ехали вы 5 часов.

126. Значит, средняя скорость, с какой вы ехали, равна…

Несмотря на предупреждение дедушки никогда не торопиться с ответом, Федя на сей раз мгновенно выпалил ответ. И, как ни странно, не ошибся.

— Вот видишь. Средняя скорость оказалась значительно меньше. Зная длину пути и среднюю скорость, мы можем найти время. Зная время и среднюю скорость, легко найдем путь. Понятно, что чем больше скорость машины (средняя скорость), тем раньше она приедет в конечный пункт. Правда, однажды со мной произошел забавный случай.

127. Мне надо было на ближней железнодорожной станции встретить товарища. Я знал номер поезда, на котором он едет, но не знал времени его прибытия на нашу станцию. Я позвонил с почты и кое-что узнал о расписании движения поезда. После этого стал вычислять, когда же поезд может прибыть на нашу станцию. И выяснился удивительный факт: чем быстрее поезд едет, тем позже он прибывает на нашу станцию. Как это может быть?

Федя был *в недоумении.* (А можно ли быть *в доумении?)*

Тогда дедушка разъяснил:

— Этот поезд шел издалека в Москву. От нашей станции до Москвы 300 километров. И Москва была следующей и конечной станцией этого поезда. Я узнал, что в Москву поезд прибывает в 18 часов, то есть в 6 часов вечера. А когда он останавливается у нас? Если его скорость 100 километров в час, то он останавливается в 15 часов (в 3 часа дня). Если же его скорость 60 километров в час, то он останавливается у нас…

— В 13 часов!

— Верно. Я предпочел выйти заранее и не очень ошибся. Поезд остановился в 13 часов 40 минут.

Давай порешаем задачи на движение. Это важные задачи. Здесь необходимо понимать, что если два человека идут *навстречу* друг другу (это очень здорово, когда люди идут *навстречу* друг другу. Можно также идти *на встречу* друг с другом, но это не одно и то же), то они сближаются со скоростью,

равной сумме скоростей каждого из них. Это верно для любых движущихся предметов. При условии, конечно, что люди или предметы движутся навстречу по прямой.

Если же кто-то или что-то движется по прямой в одном направлении, при этом второй нагоняет первого, то есть движется с большей скоростью, то скорость сближения равна разности скоростей. Если же первый движется с большей скоростью, то он удаляется также со скоростью, равной разности скоростей. Давай рассмотрим такую задачу.

> **128.** Директором кондитерской фабрики в нашем районе работает мой друг с простой фамилией Иванов. Его заместитель, по странному совпадению, имеет фамилию Поливанов (это можно понять, как полИванова). Они живут недалеко друг от друга. Расстояние между их домами равно 400 метрам. Вечерами они любят прогуливаться от одного дома до другого и обратно. Однажды они вышли из своих домов одновременно. Иванов шел со скоростью 2 километра 400 метров в час, а Поливанов — 3 километра 600 метров в час. По дороге они встретились, немного поговорили и продолжили свой путь. Каждый дошел до дома приятеля и вернулся к себе домой. На каком расстоянии от дома директора произошла их первая встреча? А на каком расстоянии произошла вторая встреча?

Задача эта не очень трудная. Здесь важно все делать по порядку. Сначала давай выясним, сколько метров в минуту проходил каждый из них. Иванов проходил за час 2400 метров. Значит, за минуту он проходил 40 метров. Шел не спеша. Его заместитель проходил за час 3600 метров, а за минуту — 60 метров. Значит, сближались они со скоростью… Ну дальше ты сам легко закончишь задачу.

Если ты верно сосчитал, то встретились они через 4 минуты. За это время директор прошел 160 метров, а его заместитель — 240 метров (рис. 40, *а)*. Немного труднее определить, где произошла вторая встреча. Это можно сделать по-разному. Я хочу показать один простой способ. Почти ничего не надо считать. Но надо думать и понимать.

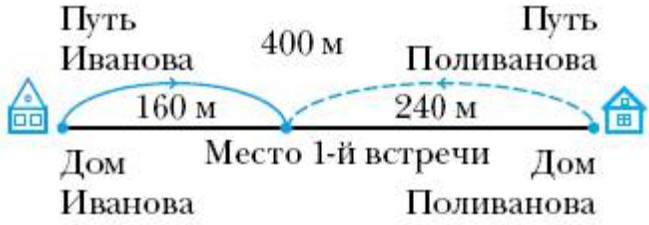


Рис. 40, а

Итак, к моменту первой встречи они вдвоем прошли один раз 400 метров — путь между своими домами. А сколько раз они вместе пройдут путь между домами, когда встретятся вновь?

— Два раза! — не подумав, выпалил Федя.

— На сей раз быстро и неверно. Ведь каждый из них дошел до другого дома и еще до встречи. Значит, они в сумме трижды (!) прошли путь между домами. Итак, сколько времени прошло с момента выхода до второй встречи?

— 4 • 3 = 12 минут.

— Сколько метров прошел директор?

— 160 • 3 = 480 метров.

— На каком расстоянии от дома директора произошла вторая встреча?

— Она произошла на расстоянии 480 — 400 = 80 метров от дома заместителя директора. Значит, на расстоянии 400 — 80 = 320 метров от дома директора (рис. 40, б).

Рис. 40, б

Глава 19
Задачи на движение (продолжение)

— В последней задаче есть маленький подвох, на который мы внимания не обратили, — сказал дедушка, и глаза его хитро прищурились. — Мы потом еще к ней вернемся. А пока реши две простые задачи.

129. Два человека, обозначим их буквами *А* и Б, идут каждый по своей дороге. За какое-то время *А* проходит 5 метров, а *Б* за это же время проходит 7 метров. Как видишь, *Б* идет быстрее. Дороги, по которым идут эти два человека, пересекаются. На рисунке 41, *а-г* ты видишь эти дороги. Везде указано расстояние до перекрестка в какой-то момент. У нас есть три возможности: 1) первым перекресток проходит *А;* 2) первым перекресток проходит Б; 3) *А* и *Б* встречаются, они проходят перекресток одновременно. Для каждой картинки надо указать, какому случаю она соответствует. Если тебе трудно сразу ответить на этот вопрос, то посмотри, где будет находиться *Б,* когда *А* пройдет 5 метров, 10 метров, 15 метров и так далее.

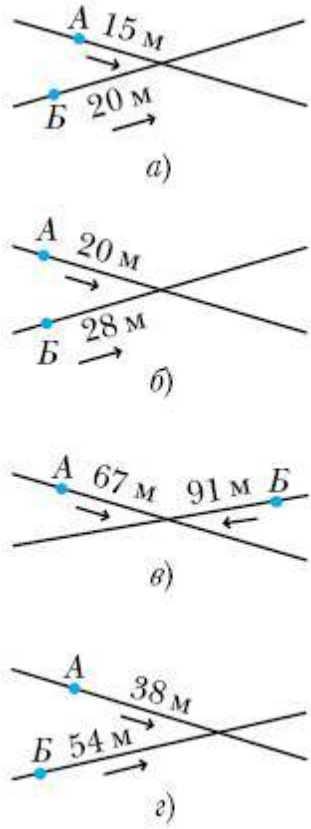


Рис. 41

130. Четыре черепахи Ахилла, Бахилла, Вахилла и Гуня — сокращенно *А, Б, В* и *Г* — ползут по двум пересекающимся дорогам. На рисунке 42 показано место, где находятся черепахи в начальный момент, и направление движения каждой из них. Черепаха *А* ползет со скоростью 5 метров в минуту, черепаха *Б* — со скоростью 4 метра в минуту, *В* — 3 метра в минуту, и наконец, *Г* — 6 метров в минуту. Ответь на несколько вопросов:

1) Через сколько минут *Б* догонит В?

2) Что произойдет раньше: *Б* догонит *В* или *А* встретится с *Г*?

3) Какая из черепах первой пересечет перекресток?

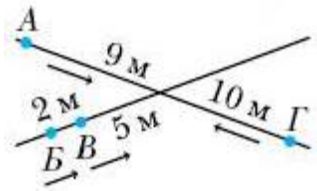


Рис. 42

Нельзя сказать, что Федя решил обе задачи очень быстро. Вернее, сказать-то можно, но это было бы не совсем верное утверждение. Часа два он с ними провозился, но решил. Почти все время ушло на вычисления. Для какой-нибудь иной работы это могло быть и очень быстро, но не для этой. Ведь задачи были нетрудными.

Через несколько часов дедушка продолжил занятия.

— Иногда к задачам на движение можно подходить как к задачам на части. Дело в том, что если машины или люди движутся с постоянными скоростями, то *расстояния, пройденные ими за одинаковое время, относятся как скорости.* Давай вернемся еще раз к задаче 128. Я немного изменю в ней числа, и мы получим новую задачу.

131. Прочитай еще раз задачу 128. Пусть расстояние между домами директора и его заместителя равно 420 метрам и известно, что скорости движения директора и его заместителя относятся как 2:5. Все остальное то же самое. И вопросы те же.

Ответим сначала на первый вопрос: на каком расстоянии от дома директора произошла первая встреча? Поскольку пройденные до встречи пути относятся, как скорости, то есть 2:5, мы можем сказать, что путь директора составляет 2 части, а путь его заместителя — 5 частей. Весь путь 420 метров и состоит из 7 частей. Значит, одна часть составляет 60 метров и первая встреча произошла на расстоянии 120 метров от дома директора.

Теперь нам надо узнать, где произошла вторая встреча. Попробуем рассуждать так же, как и при решении задачи 128. К моменту второй встречи общий путь приятелей равен утроенному пути между их домами. Значит, каждый из них прошел втрое больше, чем к моменту первой встречи. Получается, что директор прошел $120 \cdot 3 = 360$ метров, то есть он еще не дошел до дома своего заместителя. Зато его заместитель к этому моменту прошел путь $300 \cdot 3 = 900$ метров. А это больше удвоенного пути между их домами чего быть не может. Остается одно. На обратном пути от дома директора к себе домой заместитель

обогнал начальника. В этот момент и произошла их вторая встреча (рис. 43). Если, конечно, это можно назвать встречей. Остается узнать, на каком расстоянии от дома директора его обогнал заместитель. В этот момент заместитель прошел на 420 метров больше директора. Так как заместитель прошел до дома директора, а затем догнал директора, то есть прошел путь в 420 м и еще столько же, сколько директор. Поскольку путь директора — это 2 части, путь заместителя — 5 частей, то разность путей — это 3 части. 3 части составляют 420 метров, 1 часть — 140 метров. Вторая встреча произошла на расстоянии 280 метров от дома директора.

Рис. 43

А теперь для завершения еще одна задача на движение, но совсем иная.

132. На рисунке 44 ты видишь автобус, едущий по Колоколамскому шоссе. Куда он едет, в Москву или в Колоколамск?

Рис. 44

Только не ищи подвоха, эта задача имеет вполне обоснованное решение!

Глава 20
Конец легенды или конец легенде

Сто лет и три года длилась счастливая пора Аииарии. Умер Аль Труист. Его сменил сын. Потом сын его сына. Ушел из жизни Нави, окруженный учениками и любовью жителей страны.

Но все меняется.

Добро распространяется по свету, растворяется в людях и в природе. Зло скрывается в темноте. И если его вовремя не обнаружить, оно копится, размножается. Добрые и честные люди верят, что все кругом добрые и честные. Злые и нечестные убеждены, что все кругом такие же, как они, — злые и нечестные. Но чтобы добиться своих целей, они часто притворяются добрыми и честными.

Деньги стали орудием Зла. Зло притягивало деньги. Людям внушали, что самое важное быстро получить прибыль, что умнее тот, у кого больше денег. Многие перестали учиться. Они хотели как можно быстрее начать зарабатывать деньги, и как можно больше. Появились учителя, учившие за большие деньги только богатых и только тому, как зарабатывать деньги. Врачи перестали лечить бедных. Поэты голодали, так как стихи оказались никому не нужными. Они отвлекали от главного — зарабатывания денег.

Никто уже не придумывал новые полезные машины. Ведь для этого надо очень долго учиться. Старые же машины изнашивались и ломались, да и людей, которые могли бы ими управлять и ремонтировать, становилось все меньше и меньше.

Если раньше люди играли в различные игры для удовольствия, то теперь все играли только на деньги. Появились даже профессиональные игроки, зарабатывающие деньги только игрой.

При встрече люди спрашивали не «как твое здоровье?», а «сколько ты стоишь?». Не «как твоя работа?», а «как твой бузинес?». («Бузинес» — это способ добывания денег, при котором ничего не производится.)

Богатые люди создали законы, которые позволяли богатому преступнику не сидеть в тюрьме, а гулять на свободе, заплатив штраф.

Страна превратилась в один большой рынок. Главное на этом рынке было — обмануть покупателя и подороже продать ненужную ему вещь. Этой цели служила реклама.

…Чтобы вырастить яблоко, должны много и долго потрудиться самые разные люди. Надо посадить дерево, привить

его, ухаживать за ним, поливать. И тогда, через много лет, появится настоящая яблоня с прекрасными плодами. Но если человек, собирающий урожай, забудет о тех многочисленных работниках, благодаря которым выросла яблоня, если он решит, что эти яблоки принадлежат только ему, быть беде. Он может, например, решить, что удобнее всего собирать яблоки, если срубить яблоню. Очень скоро погибнет не только одно дерево, но и весь сад.

Не стану описывать те события, которые вызвали гибель когда-то процветавшей страны. Приведу одну задачу, которую как предупреждение предложил школьникам Нави.

> **133.** Красивый пруд начал зарастать вредными растениями. Сначала появилось одно, потом два. Каждый день их число возрастало ровно в 2 раза. Хозяин пруда сидел на его берегу. Он решил, что примется за расчистку пруда сразу же, как только он зарастет наполовину. Прошло несколько месяцев и несколько дней. Пруд зарос наполовину. Сколько времени осталось хозяину на расчистку?

Прочитав эту последнюю часть легенды, дедушка и внук долго сидели молча.

Глава 21
В мире чисел

— Знаешь ли ты, что такое *натуральные* числа и что такое *ряд натуральных* чисел, или просто *натуральный ряд?*

Федя любил сок и знал, что сок бывает натуральный и ненатуральный. Натуральный лучше. «Наверное, натуральные числа те, которые лучше, — подумал он. — Но какие именно?»

— А это как раз те числа, с которыми ты имел до сих пор дело. Мы их используем для счета предметов. Других чисел ты просто не знаешь. Или почти не знаешь. Числа 1, 2, 3, 4…. называются *натуральными,* что они образуют *натуральный ряд.* Число 0 (нуль) мы не считаем натуральным. В дальнейшем ты узнаешь, что кроме натуральных существуют и другие виды чисел. Но все они получаются из натуральных.

С глубокой древности человек изучает таинственный мир чисел. Но до сих пор многие тайны так и не разгаданы.

Каждое число в натуральном ряду по-своему интересно. Понятно, что 1 (единица) — замечательное число. Ведь с ее помощью и образуется сам натуральный ряд. Каждое следующее получается прибавлением 1 к предыдущему.

А сейчас я дам тебе две задачи. На первый взгляд, они никакого отношения к тому, о чем я говорил, не имеют. А на самом деле. суди сам.

134. В турнире по теннису участвуют 43 человека. Встречи проходят по кубковой системе: сначала встречаются два теннисиста, проигравший выбывает из турнира. Победитель играет со следующим участником. Проигравший в новой встрече выбывает, а победитель играет со следующим и т. д. Чемпионом становится тот, кто выиграет самый последний матч. Итак, сколько же

всего будет игр в таком турнире?

135. Плитка шоколада состоит из 8 рядов по 5 кусочков в ряду. Сколько раз надо разломать плитку, чтобы в результате получить $5 \cdot 8 = 40$ отдельных кусочков? (Каждый раз можно отламывать только один кусок.)

Видишь! Совершенно разные задачи. Давай займемся первой. Как надо поступать, когда не представляешь пути решения? Один из способов состоит в решении похожих, но более простых задач. Сколько игр надо провести, если в турнире лишь 2 участника? Очевидно, одну. А если в турнире 3 участника?

— Две игры!

— Верно! А если 4 участника?

— Три игры!

— Ну что? Догадался, каков будет ответ для любого числа участников? После каждой игры число игроков уменьшается на одного. В начале было 43 игрока, а в конце остался 1 — победитель. Значит, сколько игр было сыграно?

— 42!

— Похоже решается и другая задача. Вначале был один кусок. После каждого раза, когда разламывается плитка, число кусков увеличивается на…

— 1!

— Верно! А сколько всего кусков должно получиться в конце?

— 40! Ведь $5 \cdot 8 = 40$.

— Значит, нам надо 39 раз разломить шоколад. Предлагаю тебе внимательно подумать над этими задачами. Они не такие уж простые. Не всякий взрослый самостоятельно их решит. Ну, а чем замечательно число 2?

136. Какое число при сложении с самим собой и умножении само на себя дает одинаковый результат?

— 2!

— Ответ совершенно правильный. Но здесь важно объяснить, почему других чисел с таким свойством нет. Проверим число три: $3 + 3 = 6$, а $3 \cdot 3 = 9$. При умножении получилось большее число. Тем более так будет для четырех: $4 + 4 = 8$, а $4 \cdot 4 = 16$. Ведь сложение двух одинаковых чисел — все равно, что умножение этого числа на 2.

Так что 2 — действительно, замечательное число. И не только по этой причине. Можно указать еще много удивительных свойств, которыми обладает число 2. «С точки зрения» двойки

числа делятся на две группы: *четные* и *нечетные* («хорошие» и «плохие»). Четные делятся на 2, а нечетные — не делятся. Если тебе придется служить в армии, то ты наверняка познакомишься с командой: «На первый-второй р-рас-считайсь!» Понятие «четности» и «нечетности» может быть полезно и при решении задач, и в практической жизни.

137. Представь себе, что приходишь в магазин и хочешь купить 4 тетради в клетку, 2 — в линейку и 8 карандашей. А тебе говорят: «С вас столько-то рублей и 37 копеек». Может ли твоя покупка столько стоить?

138. У некоего школьника имеется несколько карточек, на которых написаны числа 2, 4 и 8, и по одной карточке с числами 1, 3 и 7. Он пытается разложить все карточки на две кучки с равными суммами. Сумеет ли он это сделать?

Но не только 1 и 2 — замечательные числа. Верно утверждение (можно даже сказать, верна *теорема): любое число является замечательным.* Теперь реши простенькую задачу.

139. Рассмотри два числа — 91 и 97. Для каждого из этих чисел найди все натуральные числа, на которые они делятся. Можно сформулировать так: найди все делители каждого из чисел.

После небольшой работы Федя пришел к выводу, что 91 делится на 7 и 13, а 97 ни на что не делится.

— Тут ты не совсем прав, — возразил дедушка. — 97 делится на 1 и на 97 (на само себя). *Числа, которые делятся только на* 1 *и на само себя, называются простыми.*

140. Найди все простые числа меньше 100.
(**Д**—49, 50.)

Теперь у числа 2 появились еще два свойства. Во-первых, 2 — самое меньшее простое число. А во-вторых, 2 — единственное четное среди простых чисел.

141. Рассмотрим числа 1, 2, 4, 8, 16, …. Каждое следующее в 2 раза больше предыдущего. Оказывается, любое число можно представить в виде суммы нескольких чисел из этой последовательности и притом единственным образом. Представь числа 11, 31, 65, 156, 649 в виде суммы каких-то чисел указанного вида.

Здесь следует дать совет. Сначала надо найти наибольшее число из нашей последовательности, которое не превосходит данное число. Например, для числа 649 таким является число 512. Имеем 649 = 512 + 137. С числом 137 поступаем также: 137 = 128 + 9. Затем 9 = 8 + 1. В результате получаем 649 = 512 + 128 + 8 + 1.

Понятно, что 3 — также простое число. 3 делит все числа уже не на две, а на три группы. В первую группу входят числа 3, 6, 9, …. Это числа, которые делятся на 3. Во вторую — числа 1, 4, 7, 10, …. Эти числа при делении на 3 дают в остатке 1. И наконец, в третью группу входят числа 2, 5, 8, 11, …. Эти числа при делении на 3 дают в остатке 2.

Да, а ты понимаешь, что означает выражение «деление с остатком»? Тогда выполни несколько простых упражнений.

142. Раздели с остатком 117 на 5, 231 на 29, 19 на 23, 288 на 143.

Полезно запомнить, что любое число, если оно не является простым, можно представить в виде произведения простых множителей. Например, 36 = 2 • 2 • 3 • 3, 189 = 3 • 3 • 3 • 7, 1001 = 7 • 11 • 13.

143. Представь в виде произведения простых чисел: 288, 343, 275, 1024, 899.

Хочу дать тебе совет. При нахождении простых чисел, входящих в нужное произведение, следует проверять простые числа в порядке возрастания. Сначала делим на 2. Если разделилось, снова делим на 2. И так, пока все 2 не закончатся (их может вообще не быть ни одной). Потом делим на 3, затем на 5 и так далее. Правда, в последнем случае такой путь может оказаться очень длинным. Здесь полезно заметить, что 899 = 30 • 30 — 1, и вспомнить одну формулу, которой пользовался Нави.

С простыми числами человек знаком издавна. До сих пор самые серьезные математики занимаются изучением свойств простых чисел. И до сих пор еще многое скрыто завесой тайны. Например, математики убеждены, что любое четное число может быть представлено в виде суммы двух простых чисел. Но полного *доказательства* этого утверждения они не знают. А вот то, что любое нечетное число можно представить в виде суммы трех простых чисел, было доказано в первой половине XX столетия великим русским математиком Иваном Матвеевичем Виноградовым. Я даже могу похвастаться: мне приходилось с ним встречаться. Ну а ты реши задачу.

144. Представь числа 38, 96, 118, 128 в виде суммы двух простых.

То, что самого большого числа не бывает, знает любой школьник. Оказывается, не бывает и самого большого простого числа. Простых чисел бесконечно много. Это ученые знали с глубокой древности. Понятно, что все простые числа интересны уже тем, что они простые.

А чем интересно число 6? Как и у любого числа, у него много различных свойств. Я хочу обратить внимание на одну особенность. Выпишем все делители числа 6, которые меньше 6. Это числа 1, 2 и 3. А теперь заметим, что $1 + 2 + 3 = 6$. То есть число 6 равно сумме всех своих делителей, меньших его самого. Древние ученые назвали такие числа *совершенными,* и им приписывались различные магические свойства. А существуют ли еще совершенные числа?

145. Найди два совершенных числа. Одно из них меньше 30, а другое представляется в виде произведения простого числа 31 и нескольких 2.

Теперь ты без особого труда должен найти эти два совершенных числа. Можешь воспользоваться известным тебе методом *перебора.*

Но несмотря на то что математики смогли найти очень много совершенных чисел, до сих пор неизвестно, существует ли наибольшее совершенное число или нет.

Глава 22
Арифметические вычисления

— Я думаю, что мы с тобой слишком увлеклись занимательными задачами и очень мало занимались обыкновенными вычислениями, — сказал дедушка Федору в некоторой задумчивости. — Конечно, умение хорошо вычислять не является признаком хорошего математика. Некоторые выдающиеся вычислители совсем не разбирались в математике. Среди них даже встречались просто глупые люди. В то же время известно немало талантливых математиков, которые не очень хорошо вычисляли. Правда, величайший математик Леонард Эйлер был выдающимся вычислителем. Если он долго не мог заснуть, он упражнялся в вычислениях, перемножая в уме четырехзначные числа. Когда он умер, на его могиле написали: «Великий Эйлер кончил жить и вычислять». Кстати, Леонард Эйлер большую часть своей жизни прожил в России, в Санкт-Петербурге. Когда ты поедешь на каникулы в Санкт-Петербург, попроси родителей сводить тебя в Александро-Невскую лавру. Там похоронен Эйлер. Великие математики со всего мира приезжают посетить его могилу. На ней ты сам сможешь прочесть эту надпись.

Ну, до Эйлера нам всем далеко. Тут и компьютер не поможет. А потренироваться все же надо. Хотя это и немного скучно. Для начала выполни еще раз задачу «из сундука». Я говорю о номере 99.

А теперь несколько задач.

146. Из чисел 1, 2 и 3 с помощью арифметических действий получи все числа от 1 до 9. (Каждый раз надо использовать все три числа. Каждое — по одному разу.)

147. Имеется несколько равенств. Некоторые из них

верны. Некоторые не верны, но можно так поставить скобки, что получится верное равенство. Укажи верные и исправь неверные:

1) 52 — 36 :12 = 49;
2) 104 + 5 • 4 = 124;
3) 48 + 32 : 16 = 5;
4) 54 : 3 — 16 = 24;
5) 5 + 18 — 8 : 2 = 10;
6) 26 — 6 : (62 — 60) = 10;
7) 59 — 3 • 15 = 14;
8) 68 — 8 • 2 — 4 = 116;
9) 36 : 4 + 5 • 3 = 12;
10) 8 + (29 — 7) • 8 = 184;
11) 48 — (8 — 6 : 2) = 47;
12) 25 — 5 • 4 : 10 = 8;
13) 13 • 5 + 56 : 8 = 72;
14) 48 : 3 + 4 • 7 = 44.

148. Очень интересными свойствами обладает число 142 857. Что получится, если это число умножить на 2, 3, 4, 5, 6 и 7? Разложи 142 857 на простые множители.

Надеюсь, ты знаешь способ деления *уголком* (математики используют важное во всех смыслах слово *алгоритм:* алгоритм деления уголком). Воспользуйся им при решении трех следующих задач.

149. Какую цифру надо приписать справа к числу 4584, чтобы получившееся пятизначное число делилось на 37?

(**Д**—51, 52.)

150. Найди наименьшее число, состоящее из одних единиц, которое делится: а) на 7; б) на 17.

151. Найди самое меньшее число, делящееся на 17, последняя цифра которого равна 1, а все предыдущие равны 3.

152. Если ты решил задачу 150, то попробуй сразу написать число, состоящее из одних единиц, которое делится и на 7, и на 17.

153. Проверь равенства 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 7 • 7, 1 + 3 + 5 + … + 99 = 50 • 50. (Рисунок 45

поможет в этом.)

Рис. 45

154. Вычисли:
7373 • 91 — 9191 • 73;
666 667 • 666 667;
6 666 667 • 6 666 667;
1 010 111 110 101 : 9091;
101 011 111 110 101 : 9091;
1 100 111 110 011 : 9901;
110011 111 110011 : 9901.

155. Припиши к числу 20 012 001 справа одну цифру так, чтобы полученное число делилось на 7. Теперь к тому же числу припиши справа две цифры так, чтобы полученное число делилось на 7 и 8. И наконец, припиши к нему три цифры, чтобы получившееся число делилось на 7, 8 и 9.

Глава 23
Измерения и разрезания

— Ты помнишь, как мы с тобой решали задачу об измерении диагонали кирпича? Вернее, длины диагонали, — уточнил дедушка. — А можешь ли ты ответить на вопрос: что значит *измерить* длину чего-нибудь?

— Ну! Это значит найти число… Ведь длина выражается числом. Вот это число и надо найти, — бодрым голосом ответил Федор.

— А что значит *найти?* Найти можно гриб, нужную дорогу. А как найти число? И потом, как понять выражение «найти число»? Можно ли сказать: длина палки 7?

— Нет! Надо сказать 7 чего-то: метров, сантиметров?

— Верно! Хотя, конечно, палка в 7 метров длинновата, а в 7 сантиметров — коротковата. Итак, для измерения мы должны сначала иметь единицу измерения. Длина палки или чего-то иного выражается числом, показывающим, сколько раз наша единица укладывается в измеряемом предмете, в палке или в чем-то другом. А измерить — это значит с помощью какого-нибудь измерительного инструмента получить (найти!) это число. Простейшим измерительным инструментом является палка или лента с делениями длиной 1 метр. Раньше у каждого портного была такая палка или лента. Они так и назывались *метр.*

Для нашей страны и большинства стран мира сегодня *метр* является основной единицей измерения длины. Метр задает другие единицы измерения длины. Более крупной единицей является километр. 1 километр — это 1000 метров. Более мелкие — это дециметр, сантиметр, миллиметр. Я убежден, что ты знаком со всеми этими единицами и сразу ответишь мне на такой вопрос:

156. Сколько миллиметров в 1 километре?

(**Д**—53–55.)

С помощью метра определяются и единицы измерения площади, объема и других величин. Все эти единицы, выводимые из метра, образуют *метрическую систему* измерений. Квадрат со стороной 1 метр называется *квадратным метром* и принимается за единицу измерения площади. Понятно, что куб с ребром, равным 1 метру, называется *кубическим метром* и принимается за единицу измерения объема. Вообще, если мы возьмем любую единицу длины и построим квадрат со стороной, равной этой единице, получим единицу измерения площади. Так же куб с ребром, равным этой единице, даст нам единицу объема.

157. Сколько квадратных сантиметров в одном квадратном метре? Сколько литров (*литр* равен 1 кубическому дециметру, или так: *литр* равен объему куба со стороной 10) в одном кубическом метре?

А знаешь ли ты, откуда взялся метр? Это долгая история. Но я расскажу ее коротко. Раньше у каждого народа были свои единицы. Кстати, и до сих пор в Англии и в Америке используют свои единицы — дюйм, фут, ярд и прочее. Так вот, эти единицы длины, разные в разных странах, к тому же задавались не очень удачно: длиной ступни, шириной ладони, размахом рук и так далее. Хотелось бы иметь в основе что-то более постоянное и определенное. В 1791 году за единицу длины, которую назвали метром, ученые приняли одну десятимиллионную часть от одной четвертой части меридиана (точнее, парижского меридиана). Что такое меридиан, ты знаешь? Меридиан — это окружность на поверхности Земли, которая проходит через полюса. Полоски на арбузе очень похожи на меридианы. Был изготовлен так называемый *эталон метра.* На бруске из специального сплава были сделаны две отметки, расстояние между которыми и равнялось 1 метру. В 1960 году ученые придумали другой, более современный способ определения метра. Об этом ты узнаешь позднее на уроках физики.

А что еще, кроме длин, площадей и объемов, мы меряем?

Вес, время, скорость и многое, многое другое.

Бывают случаи, когда нам удобно измерять путь, вес или что-то иное с помощью необычных единиц. Например, когда мы едем на поезде или такси, мы измеряем расстояние в рублях или в часах. Длину веревки можно измерять в килограммах. Особенно, если это очень длинный кусок. Если мы знаем вес одного метра, то по весу куска сможем найти его длину.

158. Приведи еще примеры, когда мы используем необычные единицы измерения.

159. Как измерить толщину листа бумаги?

160. Как измерить диаметр футбольного мяча?

161. Как измерить объем найденного на дороге камня неправильной формы?

162. На рисунке 46 изображены два многоугольника. У какого из них больше периметр? (Периметр это сумма длин сторон многоугольника.)

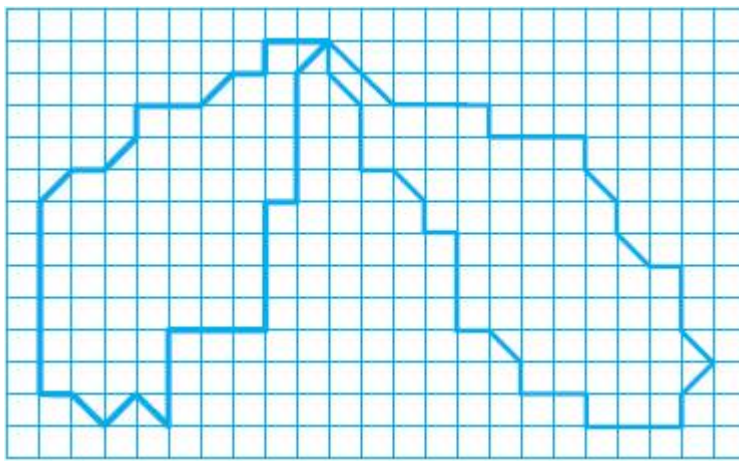


Рис. 46

163. Примем за единицу измерения площади площадь одного квадратика. Найди площади изображенных на рисунке 47.

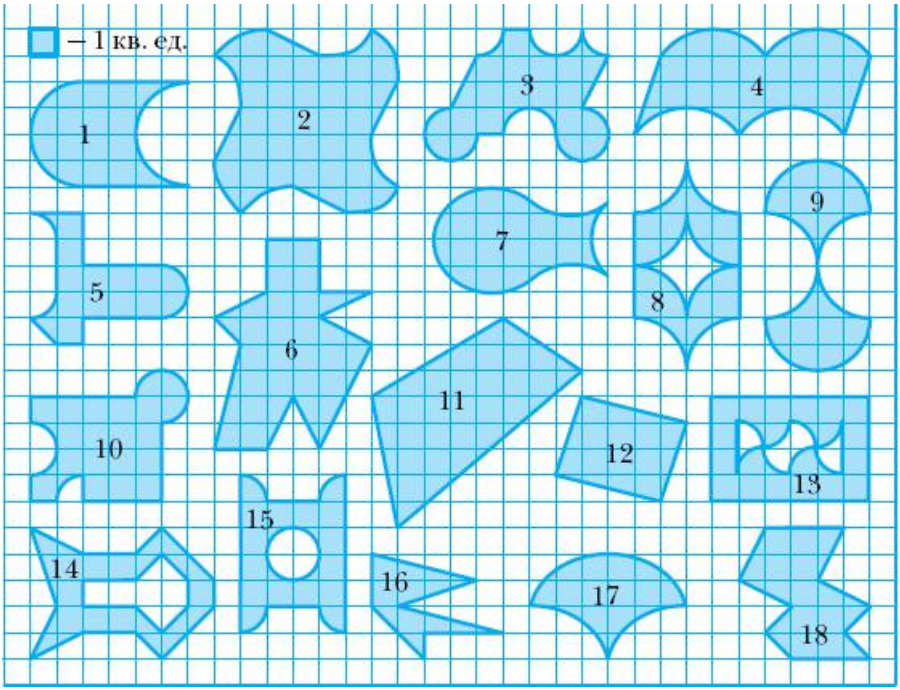


Рис. 47

164. Так же как для измерения длины в качестве единицы можно взять любой отрезок, так и для измерения площади в качестве единицы можно взять любую фигуру. Выбирая квадрат с единичной стороной, мы добиваемся того, что единица измерения площади согласуется с единицей измерения длины. Оказывается также, что при этом получаются удобные формулы для нахождения площади. И все же мы вполне можем взять за единицу площади, например, треугольник, все стороны которого равны 1 сантиметру. Это будет «треугольный сантиметр». Найди площади фигур в «треугольных сантиметрах» (рис. 48). А можно взять за единицу площади шестиугольник, все стороны которого равны 1 сантиметру. Это будет «шестиугольный сантиметр». Найдите площади фигур под номерами 9, 10, 11, 13 и 15 в «шестиугольных сантиметрах».

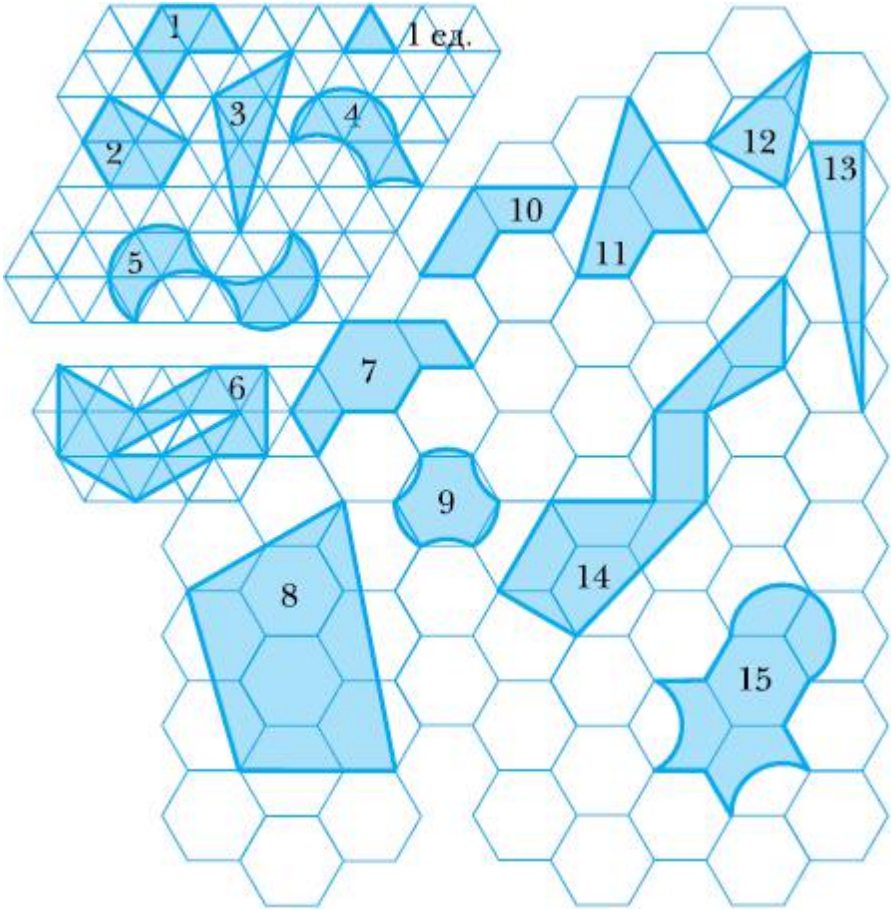


Рис. 48

165. Каждую из данных фигур разрежь на две равные части (рис. 49). Фигуры 3 и 4 надо разрезать по линиям клеток.

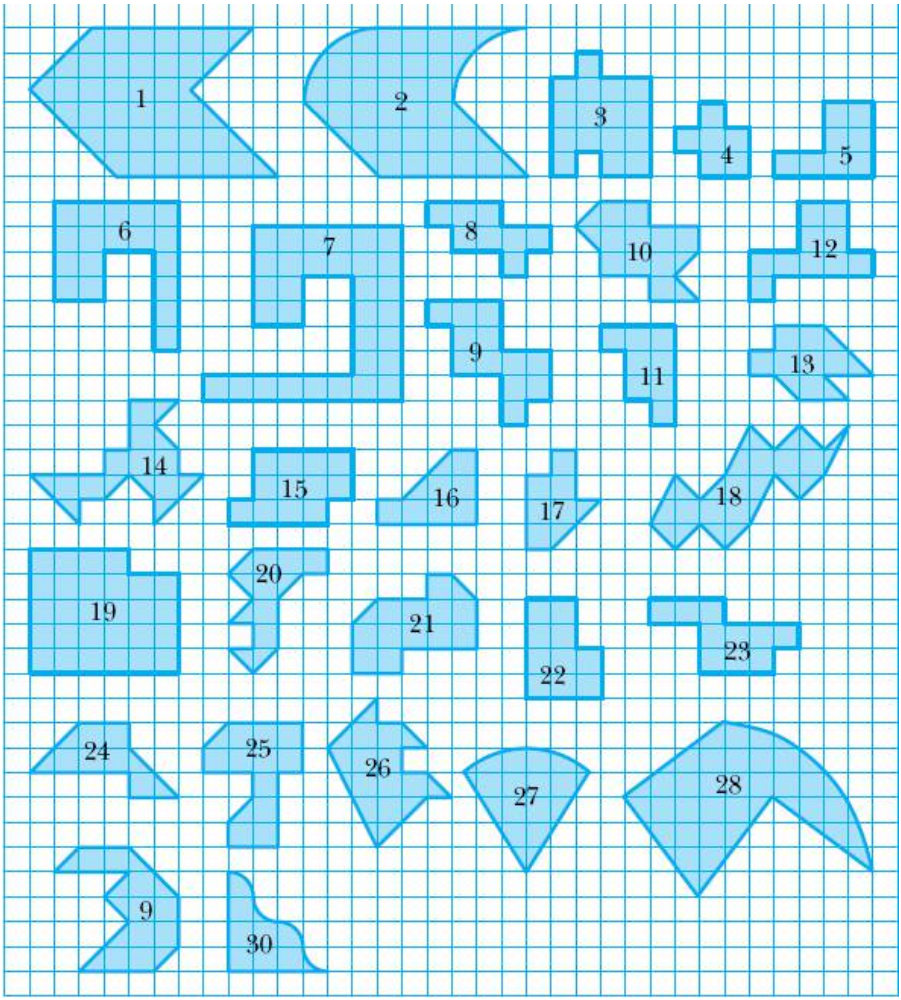

1
2
3
4
5
6
7
8
10
12
9
11
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
9
30

Рис. 49

Глава 24
Вопросы и задачи. Дурацкие, шутливые и настоящие

Во время каникул Федя познакомился и подружился с местными ребятами. А еще в деревне оказалось немало ребятишек, приехавших, как и Федя, на лето из города. Федя рассказывал им о своих интересных занятиях по математике с дедушкой. Конечно, ему не верили. Все единодушно считали, что математика — самый скучный предмет. И лето — прекрасный повод хоть на время от нее избавиться. Правда, ребята много слышали о замечательном человеке, не так давно поселившемся в их деревне. Все называли его большим чудаком и математиком.

И Федя договорился с дедушкой, что тот как-нибудь встретится с ребятами и расскажет им о математике. И вот эта встреча произошла. Собрались они на берегу тихой речки, которая так и называлась — Тихая. Дедушка сел под деревом, а ребята расположились вокруг.

Сначала все познакомились. Среди ребят оказалось несколько Александров, которые делились на Саш и Шур, а также на мальчиков и девочек. Четыре разных Славы: Владислав, Вячеслав, Святослав и Ярослав. Три Димы: Дмитрий, Вадим и, как ни странно, Владимир. Два Мити: опять же Дмитрий и Митрофан. И один Филипп или *просто Филя*.

— Я знаю, что многие из вас не любят математику. Да и среди взрослых людей часто встречаются *нелюбители* математики. Мне жаль их. Но особенно вас. Какие усилия должны были приложить учителя и авторы учебников, чтобы привить отвращение к математике!

Я знаю также, что меня в деревне считают чудаком. Вот это верно. Все математики — чудаки, но не все чудаки —

математики. Обычно математики очень рассеянные люди. Правда, эта рассеянность проявляется в повседневной жизни, но не в их работе. На эту тему есть интересные истории. Расскажу несколько.

Великий ученый Ньютон имел кошку. Он ее очень любил и даже проделал в двери специальную дыру, чтобы кошка могла спокойно входить и выходить из комнаты, когда пожелает. Ведь все кошки, как известно, *гуляют сами по себе.*

Тут дедушка остановился и задумался.

— Гмм! Удивительно, как это я раньше не заметил. Гулять самому по себе?! Это не всякий сможет. Но не в этом дело. Когда у кошки родились котята, то Ньютон проделал рядом с большой дырой для кошки маленькую дырочку для котят.

Героев следующих историй я знал лично. Не буду называть фамилий, но все они — крупные российские, а точнее, советские математики. Ведь учился я хоть уже и не при царе, но еще и не при… В общем, давно.

Однажды один наш профессор пришел на лекцию в разных ботинках: один был черный, а другой — коричневый. Кто-то из студентов обратил его внимание на это несоответствие. Профессор ужасно огорчился и попросил немного обождать, пока он сменит обувь. А жил он в этом же здании. Проходит некоторое время, и в канцелярии раздается звонок. Расстроенный профессор объясняет, что он пришел к себе домой и с ужасом обнаружил, что у него имеется еще одна пара ботинок, но она также разноцветная — один ботинок черный, а другой коричневый. Что делать?

Еще история. Как-то раз я встретил другого нашего профессора. Он шел по улице, но как-то странно: одной ногой он ступал по тротуару, а другой — по проезжей части. Когда я его спросил, почему он так идет, профессор хлопнул себя по лбу: «Так вот в чем дело! А я никак не могу понять, почему я хромаю, хотя у меня ничего не болит».

Или вот… Нет, не буду. Эти истории можно продолжать долго. Я хочу еще заметить, что математики, как и все *нормальные* люди, любят шутки и юмор. Федя это знает. Правда, кто-то может сказать, что юмор у математиков какой-то *ненормальный,* да и сами математики — люди не очень нормальные.

Но это вопрос спорный. Любой нормальный человек должен быть чуть-чуть ненормальным. Вот возьмем моего внука. Вполне нормальный подросток, но длинноват для своего возраста. Значит, хоть и не очень, но не нормален. И вообще, что такое норма? Это — что-то среднее. Но представьте себе человека,

который во всем средний. Это же ужас. Это ненормально.

Математики всех возрастов любят всякие шуточные и даже дурацкие вопросы и задачки. В этом они похожи на детей. На некоторые вопросы ответить может либо хороший математик, либо ребенок. Еще в школе я слышал такую загадку: «Белое, лохматое висит на стене и пищит. Что это?»

— ???

— Полотенце.

— А почему пищит?

— Чтобы ты не догадался. Как говорится, один дурак может задать столько вопросов, что и сотня умных не ответят. Однако в русских сказках обычно дурак оказывается самым умным. Расскажу один анекдот. Анекдоты все любят, но хороших, остроумных не так уж и много.

> «Однажды один умный предложил дураку:
>
> — Давай будем задавать друг другу вопросы. Если ты не сможешь ответить на мой вопрос, то платишь мне 1 рубль. А если я не отвечу на твой, то я дам тебе 10 рублей.
>
> Дурак согласился. Умный спрашивает:
>
> — Сколько атомов кислорода содержится в одном кубическом сантиметре воды?
>
> Дурак сразу, без раздумий отдал умному 1 рубль. И задает свой вопрос:
>
> — Кто вверх по стенке ползет на четырех ногах, а вниз — на трех?
>
> Умный думал, думал и не смог найти никакого ответа. Отдает 10 рублей. А потом спрашивает дурака:
>
> — Ну и кто же это?
>
> — А я и сам не знаю! — отвечает дурак и отдает умному… 1 рубль!»

Самые трудные вопросы задают иногда маленькие дети, от них можно услышать и самые интересные ответы. Однажды я спросил девочку лет пяти, которая только что научилась считать:

— У тебя есть 4 яблока. Их надо поровну поделить между четырьмя мальчиками. Сколько яблок будет у каждого?

— По четыре, — быстро ответила девочка.

— Но как это может быть? Ведь яблок всего четыре.

— Но делить надо поровну?

— Поровну.

— Ну как ты не понимаешь? Ведь яблоки все разные. Надо каждое яблоко разделить на четыре равные части. Вот и будет у каждого по четыре.

Потом девочка сказала, что сама придумала загадку и хочет ее мне загадать. Предлагаю эту загадку вам. Но боюсь, вы уже слишком взрослые, чтобы справиться с детской загадкой.

166. Голова, как холодильник, руки короткие и толстые, хвост длинный и тонкий и глаза под носом. Что это такое?

Ребята молчали.

— Вот и я ничего не мог придумать. А она прыгает кругом: «Сдаешься? Сдаешься?» «Ну, сдаюсь», — сказал я. «Это же *чудовище!*» — торжествующе сказала девочка. «А ведь верно», — подумал я.

Ребята согласились с ответом. А дедушка продолжал:

— Сейчас любят так называемые психологические вопросы или «тесты»: угадать правило, по которому составлена последовательность; выкинуть лишнее слово. Хотя, что значит «лишнее»?

167. Имеется пять слов: волк, лиса, медведь, дыня, заяц. Какое из них лишнее?

— Дыня! — закричали все хором.

— А почему не медведь? Ведь все остальные слова состоят из четырех букв, а «медведь» содержит семь букв. Объясните, почему лишним может оказаться любое из этих слов.

— Лиса! Ведь из нее можно составить слово «сила».

— Заяц. Ни одна буква не повторяется в других словах.

— Волк! Потому что… Потому. Он съел Красную Шапочку. То есть ее бабушку. Оказалось, что лишним может быть любое слово, причем по разным причинам. Но дедушка остановил споры, предложив новую задачу.

168. Известный физик академик Ландау поступающим в аспирантуру предлагал задачу.

(Что такое аспирантура? Аспирантура — это школа, следующая после высшей школы. В нее принимают тех, кто уже окончил институт.) Так вот, Ландау выписывал последовательность букв и предлагал ее продолжить. А последовательность была такой: р, д, т, ч, п..

При этом тех, кто эту задачу решал, Ландау в аспирантуру не принимал: «Это либо гений, либо идиот. Гению я не нужен, а идиоты не нужны мне».

Я хочу добавить, что эту задачу могут решить также дети, еще

не забывшие стишок про зайчика.

Ребята некоторое время молчали. Но вдруг кто-то начал, а все подхватили:

Раз, два, три, четыре, пять.
Вышел зайчик погулять.

— Я же говорил. Мы нашли даже два решения: р, д, т, ч, п, ш (шесть), с (семь). или р, д, т, ч, п, в (вышел), з (зайчик).. А теперь будьте внимательнее.

169. Сколько пальцев на двух руках?

— Десять!

— А на десяти?

— Сто!

Затем последовало молчание. А потом общий смех.

— На десяти руках — 50 пальцев!

— Я же предупреждал, надо быть внимательнее. Попробуем еще раз.

170. На конечном пункте в автобус сели 7 человек. На первой остановке в него вошли еще 4 человека. На следующей один вышел и трое вошли. Затем вышли трое и вошли двое. На следующей остановке вышел один человек и двое вошли. Потом вошли еще трое и никто не вышел. Затем, наоборот, вышли четверо, но никто не вошел. Следующая остановка была последней. Сколько всего было остановок?

(**Д**—56–62.)

И снова все засмеялись. Каждый старательно подсчитывал, сколько человек в автобусе, но никто не считал остановки.

— А теперь еще несколько шуточных задач и вопросов. По совести, решить их (то есть найти ответ того, кто придумал задачу) невозможно. Например.

171. Почему пятиклассник Матвей Краюхин не ест соленые огурцы из банки?

Все недоуменно молчали.

— Голова не пролезает в банку, — объяснил дедушка, и все опять засмеялись. — Иногда задача и не предполагает ответа. Но ее полезно обсудить.

172. В каком стакане больше воды — в полупустом или полуполном?

Наверное, здесь трудно предположить какой-то ответ. А вот еще вопрос вне программы для тех, кто уже изучает географию. Что такое полуостров? В учебнике объясняется, что полуостров омывается водой с трех сторон. А остров с четырех. Но тогда получается, что половина острова — тоже полуостров. Пойдем дальше.

173. Какой промежуток времени самый длинный, а какой самый короткий: минута, минутка или минуточка?

Ребята наперебой стали отвечать.

— Это все одно и то же.

— А по-моему, самая короткая минуточка, а самая длинная минута. Уже сами слова это показывают.

— И вовсе нет. Минута — это ровно 60 секунд. А вот, когда моя мама говорит по телефону, а папа просит ее закончить (ему надо срочно позвонить), мама отвечает: «Минуточку». И после этого говорит еще полчаса.

— Верны, по-своему, все три варианта, — подтвердил дедушка. — А в двух следующих задачах ответ и не требуется, настолько нелепыми они выглядят.

174. По дороге в школу Маша нашла 1 рубль. На другой день она пошла в школу вместе с подругой Светой. Сколько денег они нашли вместе?

И еще похожая задача.

175. Одна лошадь преодолевает дистанцию за 3 минуты. За какое время эту же дистанцию пробежит тройка лошадей?

Пойдем дальше.

176. Горело 5 свечей. 2 свечи погасили. Сколько свечей осталось?

— 3!

— А вот и неверно. 2 погашенные и остались, а остальные 3 сгорели.

177. На стоянке такси стояло 5 машин. 2 передние уехали с пассажирами. Сколько машин осталось на

месте?

— Ну, теперь-то уж точно 3!

— Нет! Ни одной! Поскольку остальные 3 машины проехали немного вперед. А сейчас, ребята, мы сделаем небольшой перерыв. Назовем его большой переменой. Кстати, почему перерыв между уроками в школе называют *переменой?* Я могу дать объяснение, но не уверен, что оно верное. Можете искупаться. Но осторожнее. Наша речка хоть и Тихая, но коварная. Как и Тихий океан, который не только Тихий, но и Великий. Но перед перерывом я вам дам одну задачу. Постарайтесь запомнить.

178. К острову Барбадос подошел корабль капитана Флинта (к сожалению, я забыл название корабля). Корабль бросил якорь и спустил веревочную лестницу за борт. Лестница имела ровно 20 ступенек, из которых 7 оказались под водой. Длина одной ступеньки составляла ровно 2 фута. Как только пираты — а вы знаете, Флинт был капитаном пиратов — прибыли на берег, начался прилив. Вода поднималась со скоростью 1 ярд в час. Пираты вернулись на корабль через 3 часа. Сколько ступенек им пришлось подниматься по лестнице? Если кому-то нужно знать, добавлю, что в одном ярде 4 фута.

(**Д**—62.)

(Здесь дедушка немного ошибся. Наверно, специально. На самом деле в ярде 3 фута. Все равно эта ошибка не влияет на ответ.)

Глава 25
Вопросы и задачи. Дурацкие, шутливые и настоящие (продолжение)

179. Расстояние между Москвой и Ленинградом, виноват, то есть Санкт-Петербургом, будем считать равным 600 километрам. Пассажирский поезд выехал из Москвы и едет со скоростью 80 километров в час, а скорый выехал из Санкт-Петербурга на полчаса позже, но зато едет со скоростью 100 километров в час. Какой из поездов будет ближе к Москве в момент встречи?

Некоторое время ребята молчали, а затем кто-то не очень уверенно начал говорить:

— Но ведь в момент встречи они будут в одном месте и, значит, на одном расстоянии от Москвы.

— Совершенно верно!

180. Петя говорит, что расстояние от дома до школы составляет 1234 шага. А расстояние от школы до дома только 1181 шаг. Его сестра Лена говорит, что от дома до школы она доходит за 15 минут, а обратно — за четверть часа. Как вы это можете объяснить?

— ???

— Но ведь 15 минут и четверть часа это одно и то же.

— Верно! Ну а как быть с Петей?

— А я думаю, что он в школу идет с неохотой и шаги у него небольшие. Зато обратно домой идет более широким шагом.

— Ну, конечно!

Затем дедушка вынул лист белой бумаги и, нарисовав на нем картинку, сказал:

181. — Эта картинка (рис. 50) иллюстрирует известную басню дедушки Крылова. Более того, не просто басню, а очень известную строчку из этой басни. Прочитайте эту строчку.

Рис. 50

Ребята долго с недоумением смотрели на картинку. И вдруг Федя понял:

— «Ворона каркнула во все воронье горло!» — *гаркнул* он во все свое горло.

— Молодец! — похвалил его дедушка. — А какие еще строки из этой басни вы помните?

— «Вороне где-то бог послал кусочек сыра...» — начал кто-то декламировать.

— Верно. Хотя и не «сыра», а «сыру».

182. А не могли бы вы прочитать четвертую строчку из этой басни?

Тут ребята начали спорить. Все предлагали разные варианты. Но их прервал дедушка:

— Эта басня необычна тем, что в ней мораль не в конце, как обычно, а в начале:

Уж сколько раз твердили миру,

Что лесть гнусна, вредна; но только все не впрок,

И в сердце льстец всегда отыщет уголок. И наконец, четвертая строчка: Вороне где-то бог послал кусочек сыру…

183. А вот еще картинка (рис. 51). Она также является иллюстрацией к известной книге. Ее очень любят ребята. Итак, что иллюстрирует эта картинка?

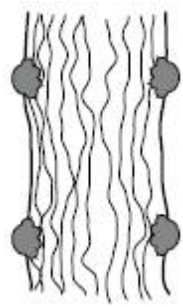


Рис. 51

После небольшого обсуждения и дедушкиных подсказок все пришли к выводу, что на картинке изображен Винни-Пух, карабкающийся на дерево. Вид спереди.

— А теперь две простые задачи, — продолжил дедушка.

184. Для перевозки животных зоопарку дали машину грузоподъемностью 5 тонн. (Что такое грузоподъемность, все понимают? Это значит, что на машину можно погрузить груз весом не более 5 тонн.) Один бегемот весит 2 тонны. Какое самое большое число бегемотов можно погрузить на эту машину?

— Два, то есть двух. Чего здесь думать.

185. — А какое наибольшее число крокодилов можно погрузить на ту же машину, если вес крокодила 350 кг?

После недолгого обсуждения ребята пришли к выводу, что самое большее на машину можно загрузить 14 крокодилов.

— Но ведь в ней уже находятся два бегемота. Все засмеялись. Опять попались. На *ту же* машину можно добавить лишь двух крокодилов.

186. — Здесь, ребята, изображен квадрат (рис. 52), который диагоналями разделен на четыре равных треугольника. Переложите эти треугольники так, чтобы образовались два квадрата. Это легко. А теперь переложите эти треугольники так, чтобы образовались два, но различных квадрата.

Рис. 52

Над этой задачей провозились долго. Но все же совместными усилиями догадались, что надо просто вывернуть четыре треугольника наружу (рис. 53). Тогда образуется большой квадрат с дыркой посередине.

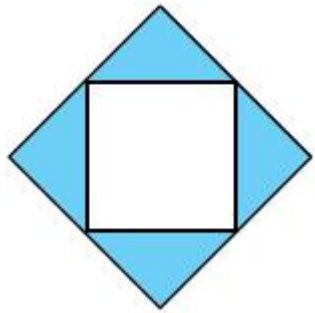


Рис. 53

— А сейчас я предложу вам две задачи на разрезание.

187. Видите уголок (рис. 54). Это из квадрата 4 x 4 удален угловой квадрат 2 x 2. Разрежьте уголок на четыре равные части.

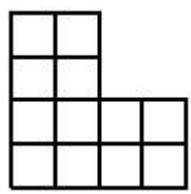


Рис. 54

Над этой задачей думали не очень долго. Оказывается, данный уголок можно разрезать на четыре уголка меньшего размера — из трех клеток.

— На самом деле, эта простая задача имеет очень интересные последствия. Как видите, из четырех маленьких (из трех клеток) уголков можно составить в 2 раза больший уголок. Затем из четырех больших уголков можно составить еще больший уголок. И так далее. В результате все большие куски плоскости заполняются исходными маленькими уголками. Такие построения математики обнаружили совсем недавно. Если же все маленькие уголки раскрасить в разные цвета или нанести узор, то этот узор будет постепенно странным образом заполнять плоскость. Попробуйте придумать дома свои узоры. А я покажу вам один, который нарисовал сам (рис. 55).

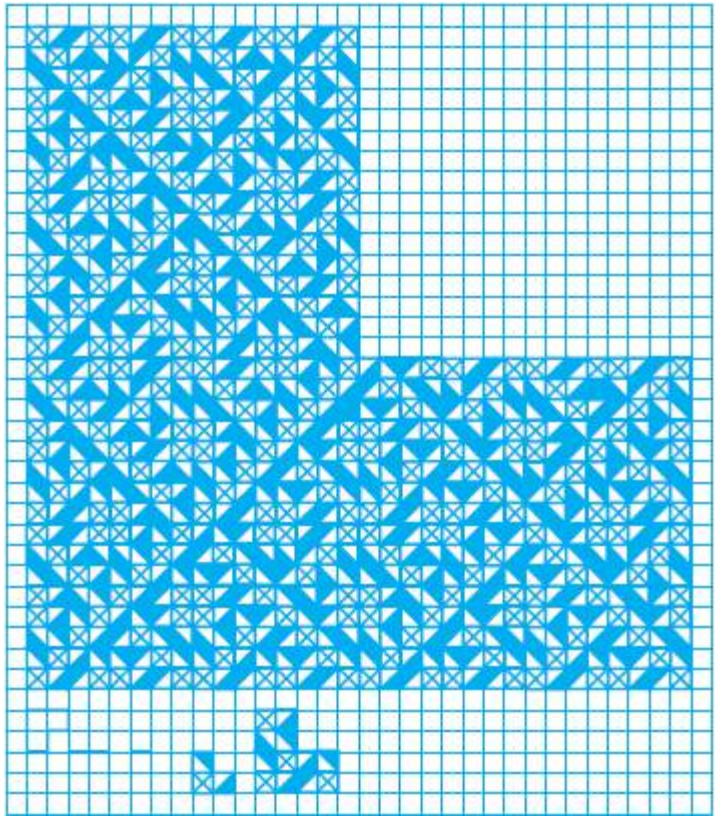


Рис. 55

188. А теперь разрежьте целый квадрат 4 х 4, но уже на 5 равных частей (рис. 56).

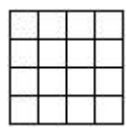


Рис. 56

Ребята долго пытались это сделать, но у них ничего не получалось. К тому же общее число маленьких квадратов было 16, и оно не делилось на 5.

— А если бы у вас был квадрат 5 х 5, смогли бы вы разделить его на 5 частей?

— Ну, это легко, — сказали все дружно. — Надо разрезать его на 5 полосок.

И сразу все поняли, что так же надо поступить и с квадратом 4 х 4. А клетки здесь ни при чем. Вернее, именно при чем, поскольку они превращают очень простую задачу в трудную.

— Кстати. Математики до сих пор не знают, можно ли квадрат разрезать на 5 равных частей каким-то иным способом.

Это нерешенная проблема. В математике, как и в жизни, от великого до смешного — один шаг. Вернее, наоборот, от *смешного до великого* один шаг.

А теперь я вам дам одну интересную настоящую задачу. Многие математики ее решают плохо. Зато люди некоторых других, обычных профессий — легко, например, портные.

189. У меня с собой совершенно случайно оказались ножницы и лист белой бумаги. Сейчас я отвернусь и изготовлю из них одну штуку. Клея у меня нет, — затем дедушка повернулся к ребятам спиной и буквально через минуту показал им то, что изображено на рисунке 57, и поставил *эту штуку* на пенек. — Вы можете рассматривать это сооружение со всех сторон. Но трогать руками нельзя. Кто сможет догадаться, как я ее сделал?

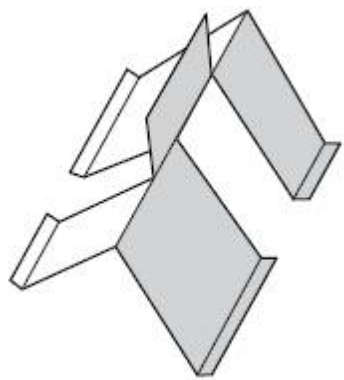


Рис. 57

Ребята молча долго ходили вокруг пенька. Наконец, один из них — это как раз и был *просто Филя* — не очень уверенно сказал:

— Кажется, понял.

У него *появилась* (или только *появлялась)* ИДЕЯ.

Глава 26
Прогулки в лесу

Вокруг Квашино были сплошные леса. Федя очень любил прогулки с дедушкой по лесу.

— В лесу очень хорошо думается, — говорил дедушка во время одной из таких прогулок. — Если бы ученые и поэты жили в лесу, они сделали бы намного больше потрясающих открытий и создали бы великие стихи. Но в лесу надо уметь не заблудиться. А когда думаешь на *отвлеченные* темы, заблудиться можно *в два счета.* Как удивителен все же русский язык! — не удержался дедушка. — Ты понял, что значит *отвлеченные темы?* Это темы, не имеющие никакого отношения к обычной жизни: о звездах, о смысле жизни, о красоте, о том, как разрезать квадрат, провести прямую линию или почему летают мыши. Люди, которые считают, что главное в жизни — зарабатывание денег, говорят, что это не *отвлеченные,* а отвлекающие мысли.

Раньше, когда я не очень хорошо знал лес, я частенько *заблуждался* и в лесу, и в мыслях. Поэтому я дам тебе советы, как не заблудиться в *незнакомом* лесу.

Во-первых, постараться с ним *познакомиться,* а лучше подружиться. Во-вторых, ходить в лес с опытным человеком. В-третьих, вместо опытного человека можешь взять с собой большой клубок веревки. Один конец привяжи в том месте, где ты вошел в лес. Потом идешь в лес и разматываешь клубок, возвращаешься — сматываешь. В-четвертых, если ты пошел в лес и без спутника, и без веревки, то старайся не сходить с дороги, а если сошел, то далеко не отходить. В-пятых, если ты все же зашел в лес и тебе *показалось,* что ты заблудился, то надо вспомнить совет Карлсона: «Спокойствие и еще раз спокойствие».

Тут Федя предложил свой вариант:

— Надо взять с собой «мобильник», — радостно сообщил он.

— «Мобильник»? — не понял дедушка. — Что есть «мобильник»? В толковом словаре русского языка такого слова нет.

— Ну, это мобильный телефон, — начал объяснять внук, — по нему можно позвонить и вызвать милицию и спасателей.

— Интересно. Эту идею надо обдумать. Значит, ты позвонишь, сообщишь свой адрес и будешь ждать спасения?

Но мысли дедушки прервал испуганный крик Феди:

— Змея!!!

— Не бойся, это уж. Его легко узнать по двум желтым пятнам по бокам головы. Вроде желтых ушей. Он совершенно безопасен. Да! А где же уж?

Уж исчез, и дедушка заметил:

— Заговорили об *уже,* а он уполз *уже.*

С большим удовольствием собирали дедушка и внук всевозможные *дары леса.* Федя вспомнил, что видел в Москве магазин с таким названием.

Надо признать, что сборщиками они были не слишком хорошими. Федя не всегда замечал спрятавшиеся грибы или ягоды, а дедушка радовался каждой находке и долго ее рассматривал, прежде чем сорвать. Так что *пищи* для желудка они добывали не очень много. Зато много было другой *пищи* — для души и мыслей. Приятно было слушать лесную музыку: кругом все пело, стрекотало и *пищало.*

— Смотри, как интересно, — говорил дедушка, — *сосна — со сна, сорока — сорок а, ворона — вор она* (совершенно точно), *воробей — вора бей* (а вот этого делать не нужно).

Однажды они сели отдохнуть и немного *подкрепиться,* то есть выпить чаю из термоса и съесть по бутерброду (хотя слово *подкрепиться* должно бы означать что-то другое). И Федя вдруг сочинил почти стишок:

— Сели у ели и ели.

— А ели еле-еле, — продолжил дедушка.

В этот момент раздался звон далекого колокола.

— Ударяйте *кол о кол,* вот и выйдет *колокол.* Пока звонил *колокол,* кот *молоко лакал.*

Много интересного и полезного узнал Федя от дедушки.

Конечно, дедушка не был таким уж хорошим знатоком леса и природы. Ведь он большую часть жизни прожил в городе. Но он их очень любил — лес и природу. Ведь для того чтобы что-то любить, вовсе не обязательно быть знатоком этого *что-та.*

Федя узнал, как определить расстояние до грозы. Точнее, до того места, где сверкнула грозовая молния. Мы считаем, что свет распространяется мгновенно. Или практически мгновенно. Если

увидишь молнию, начинай отсчитывать секунды до тех пор, пока не услышишь раскат грома. Так ты узнаешь, сколько секунд шел до тебя звук. За каждые 3 секунды звук в воздухе проходит 1 километр.

190. Вырази скорость звука в воздухе в километрах в час. (В воде звук распространяется с большей скоростью.)

Дедушка объяснил Феде, что во время грозы нельзя прятаться под одиноко стоящим деревом. Именно в такие деревья чаще всего ударяет молния.

Он рассказал, как определить возраст дерева. Надо подсчитать кольца, которые видны на пеньке от спиленного дерева.

— Значит, дерево надо спилить. Только так я смогу узнать его возраст, — расстроился Федя.

— Конечно, этого делать не следует. Можно найти какой-нибудь пенек и определить его возраст. Тогда можно *считать,* в смысле полагать, что деревья такой же толщины имеют тот же возраст.

191. — А как измерить высоту дерева? — спросил Федя.

— Ну что ж. Ты сформулировал практическую задачу. Несложно измерить высоту дерева в солнечный день, когда отчетливо видны тени. И если ты знаешь свой рост или у тебя имеется палка известной длины, то, сравнивая длины теней от себя и от дерева, ты легко узнаешь высоту дерева.

— А! — понял Федя. — Во сколько раз тень от дерева больше тени от меня, во столько же раз и высота дерева больше моей. Я должен встать рядом со стволом дерева. Заметить, куда упала тень от головы. Перейти в эту точку. Снова заметить место, где тень от головы. И так делать, пока голова, то есть тень от головы, не доберется до вершины тени дерева.

Вдруг на дереве Федя увидел белку. Федя очень обрадовался, как будто встретил старого знакомого, хотя, честно говоря, раньше белок он видел лишь на картинках. А тем более не мог быть знакомым именно этой белки.

— Смотри, дедушка, белка! — воскликнул Федя.

Но белка, в отличие от Феди, не очень обрадовалась встрече. И на всякий случай она спряталась за стволом дерева. Федя решил непременно ее получше рассмотреть и стал обходить дерево. Но белка, тревожно приподняв ушки, скрывалась за стволом. В результате Федя обошел дерево, но так и не

рассмотрел белку.

192. — Вот ты обошел вокруг дерева, а белка все время от тебя пряталась за стволом. Как ты считаешь, обошел ли ты вокруг белки?

Сначала Федя заявил, что конечно же обошел. Потом подумал и пришел к выводу, что нет, не обошел. В тот момент, когда он так энергично думал и даже чесал голову, ему на голову упала шишка. На затылке у него сразу вскочила *шишка.* Вначале Федя подумал, что это белка *озорничает.* Но она была далеко. Тогда Федя попробовал определить *сосну от этой шишки.* Под подозрение попало несколько деревьев, но выявить главного виновника не удалось.

Вскоре они вышли к лесному озеру. Оно было необыкновенно красивым. Кусты и деревья, словно ажурная кайма, окружали его со всех сторон. На воде плавали лилии — белые и желтые. Дедушка объяснил, что желтые лилии — очень редкие. В мире есть только два озера, где растут такие лилии. Второе где-то в Швейцарии.

193. — А знаешь, — сказал дедушка, — я могу дойти до середины этого озера и даже не замочу ног.

Естественно, Федя этому не поверил. Тогда дедушка попробовал рукой воду и сказал:

— Надо немного подождать. Сейчас вода плохо держит.

— А сколько времени ждать?

— С полгода.

— А-а-а! — разочарованно протянул Федя, когда немного посчитал на пальцах.

— Ладно, — сказал дедушка, — вот тебе еще пара задач, имеющих отношение к лесу.

194. Как ты видишь, лес пересекает дорога. Представь себе, мы с тобой сошли с дороги и разошлись. Пока мы гуляли по лесу, каждый из нас несколько раз переходил дорогу. При этом один переходил ее на 3 раза больше, чем другой. Когда мы оба вышли из леса, мы оказались по разные стороны от дороги или по одну сторону?

(Д—63–66.)

195. Два человека подошли к речке. На берегу

стояла лодка, вмещающая одного человека. Однако оба смогли переправиться на другой берег и продолжили свой путь. Как это могло произойти?

В лесу было много поразительных вещей, имевших отношение к математике. Прежде всего, бабочки, чьи крылья украшал удивительно симметричный узор. Дедушка сказал, что в любой книге, где рассказывается о *симметрии,* непременно среди иллюстраций встретишь изображение бабочки с раскрытыми крыльями. Что такое *симметрия,* Федя представлял, хотя объяснить не мог. Дедушка сказал, что бывают разные виды симметрии, и более точно о них будет рассказано позднее в школе на уроках геометрии.

И Феде очень захотелось, чтобы новый учебный год начался именно с урока геометрии. Тем более, что, как объяснил дедушка, многое в природе связано с геометрией. И паук, когда плетет паутину, и пчелы при строительстве сот, и птицы, когда вьют гнезда, — все они решают сложные математические задачи и подсказывают человеку решения практических задач.

Дедушка прислушался к пению какой-то птички.

— Малиновка, — определил он.

— А я никогда не слышал, как поет соловей, — с огорчением сказал Федя.

— В это время года соловьи не поют. Вот приезжай ко мне в мае и ты сможешь *насладиться* настоящим пением соловья. Здесь они еще *водятся.* Нехорошо родиться и жить в России и никогда не слышать пение соловья. Но не только соловей умеет прекрасно петь. У нас здесь много певчих птиц. А ты знаешь каких-нибудь певчих птиц, кроме соловья?

Выяснилось, что Федя не знал. После долгого размышления он почему-то назвал лебедя.

Тут дедушка рассмеялся:

— Ты, наверно, слышал слова *лебединая песня.* Так это просто *образное* выражение. На самом деле, лебедь не поет. Он кричит и не очень приятно. Существует *поверье,* что перед смертью лебедь поет прекрасную *лебединую песню.* Я, например, когда провел в школе свой последний урок, в некотором смысле спел свою лебединую песню. Поверь мне, это был замечательный урок. Но не будем о грустном. Видишь — идет человек с корзинкой. Это наш старый знакомый Моцарт. Он очень любит собирать грибы. Но только белые. А их пока нет. Я, правда, нашел несколько. Интересно, как успехи у Моцарта?

Дедушка и Федя поздоровались с заядлым грибником. Дедушка заглянул в его корзинку и немного удивился.

— Сколько там грибов? — поинтересовался Федя.
— А ты сам подсчитай.

196. Если я дам вам обоим по 3 гриба, затем Моцарт даст тебе и мне по 9 грибов, а потом ты выдашь каждому из нас по 1 грибу, то у всех будет поровну. (Дедушка знал, что Федя не нашел ни одного гриба.) Теперь ты сможешь сам определить, сколько грибов нашел каждый из нас. Ведь сколько грибов у тебя, ты и сам знаешь.

Федя задумался. А дедушка напомнил, что метод решения Федя должен знать.

— А-а-а, — догадался Федя, — решение с конца, или обратный ход.

Глава 27
Шифрованное письмо

Однажды утром, открыв сундук, Федя обнаружил в нем листок бумаги, *испещренный* странными значками. (Слово *испещренный* здесь подходит наилучшим образом, поскольку значки напоминали рисунки на стенах древней *пещеры.* На самом же деле, как объяснил позднее дедушка, это были современные математические знаки.)

— Шифровка, — прошептал Федя и на всякий случай оглянулся по сторонам.

Вот, что было на этом листе.

⇓, ©⊂∩ℵ∠ ℵ∩©⊂, ⊆ℵ∉∪∇ℵ⊄ ⇑®∈ ∉∪∇⇐⊂∈. ®∈®, ⊇®∈ ∉∠∈⇓ℜ∪® ⊆ℵ∇®∈⊃∪ℜ∈∇®⇐ ∪ ∇©⊂Φ℘® Φ℘∈ ∉∠∈∪®ℵ®⇐, ©∩⊆ℵΦ®, ·®∈ ⊆ℵ ©·ℵ∇®⊇Φ ⊂∈Φ℘∈ ⊗∠©℘ℵ ℘ℵℜ∠∪⊄⇔ ∉∠∪ℜℵ⊄∈ℜℵ ⊂⊆∈⇒ ∩ℵ∠⇔® ℜℵØ⊆⇔⊃ ⊗∈⊇©⊂Φ⊆®. ⊕∇⊄∪ Ø℘ ⇑®∈® ·Φ⊄∈ℜΦ⊇ ∇∉∠ℵℜ∪®∇⇓ ∇ ®∠Φ⊂⇓ ∩ℵ⊗ℵ·ℵ⊂∪, ®∈ ∈⊆ ©∩⊆ℵΦ® ⊂Φ∇®∈, ℘⊗Φ ∩ℵ∠⇔® ⊗∈⊇©⊂Φ⊆®. ∩ℵ⊗ℵ·ℵ 1. ∠ℵ∩∠ΦØ⇐ ∪∩∈ℑ∠ℵØΦ⊆⊆©⇒ ∩⊗Φ∇⇐ ™∪℘©∠© ⊆ℵ ⊗ℜΦ ·ℵ∇®∪, ∪∩ ⊇∈®∈∠⇔∏ ⊂∈Ø⊆∈ ∇⊄∈Ø∪®⇐ ∉∠⇓⊂∈©℘∈⊄⇐⊆∪⊇. ∉∈∇⊂∈®∠∪, ℘⊗Φ ℜ ⇑®∈⊂

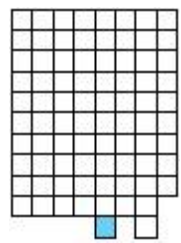
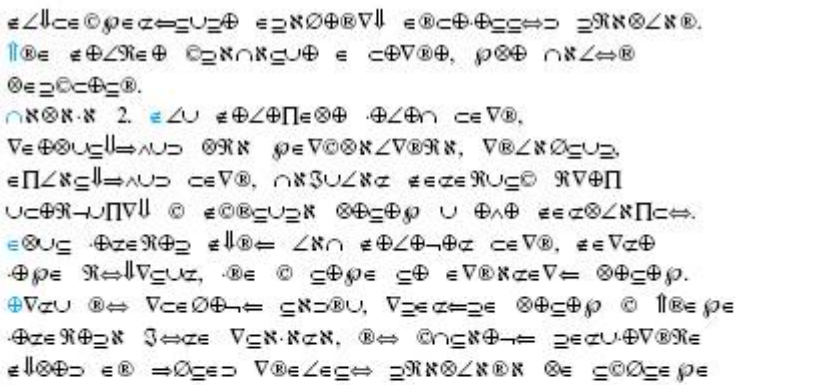


Рис. 58



В середине письма был рисунок (рис. 58). Незаметно подошедший дедушка также внимательно рассматривал листок.

— Да-а-а, — протянул он, — придется нам заняться расшифровкой этого послания. А времени у нас в *обрез*. Скоро за тобой должны приехать родители.

Федя очень удивился. Разве уже кончаются каникулы? Так быстро пролетело время! Всего мы знаем 6 букв.

— Но как же мы сможем это разгадать? — Федя даже не понимал, с чего начать.

197. — Итак, — сказал дедушка, — имеем очередную задачу: расшифровать загадочное послание.

Будем думать. Задавать вопросы. Делать предположения.

Прежде всего, от кого это послание? Скорее всего, от Умзара Азума. Я надеюсь, что мой старый друг воспользовался простым способом шифрования. Он просто заменил каждую букву другим знаком.

Смотри, самая первая буква и каждая буква после точки немного больше и подчеркнута. Таким способом он выделяет заглавные буквы. Это понятно. Посмотрим на первые три слова послания:

⇓, © ⊂ ∩ ℵ ∠ ℵ ∩ © ⊂.

Сначала идет слово из одной буквы, потом запятая, потом два слова, начинающиеся с заглавных букв. Потом снова запятая. Я думаю, что это означает:

Я, Умзар Азум.

Итак, мы знаем, как обозначаются буквы:

а (ℵ), з (∩), м (⊂), р (∠), у (©), я (⇓).

Всего мы знаем 6 букв.

Посмотрим еще какие-нибудь слова, которые можно разгадать. Видишь, строчки 7, 13 и 23 начинаются с одного и того же слова. А за ним идут числа 1, 2 и 3. Перепишем это слово и подпишем, какие буквы нам известны:

∩ ℵ ⊗ ℵ · ℵ
З а ... а ... а

Ну-ка, подбери подходящее слово.

— Забава? А-а-а, задача! — догадался Федор.

— Итак, знаем еще две буквы:

д (⊗) и ч (·)

Всего 8. Смотри-ка, задача 1 сопровождается рисунком и начинается со слов

∠ ℵ ∩ ∠ ⊕ ∅ ⇐ ∪ ∩ ∈ ℑ ∠ ℵ ∅ ⊕ ⊆ ⊆ © ⇒
Р а з р ... ... з ... ... р а ... ... у ...

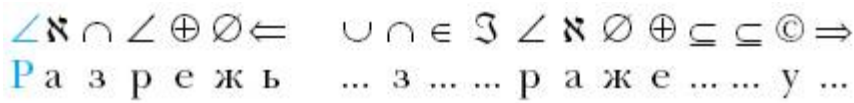
Я думаю, что первое слово — это…

— Разрежь!

— Верно! Узнали еще три буквы:

е (⊕), ж (∅)
и ь (⇐).

Но две из них встречаются во втором слове. Получаем



Я думаю, что Умзар обозначал е и ё одинаковым знаком. Я полагаю, что эти два слова означают «разрежь изображенную». Тем более во втором слове следуют подряд две одинаковые буквы. Похоже, что задача начинается со слов: «Разрежь изображенную здесь фигуру на две части».

Не буду дальше рассказывать, каким образом дедушка и внук расшифровали все послание. Я думаю, читатель теперь справится и сам. Вот, что получилось в результате.

Я, Умзар Азум, написал это письмо. Тот, кто проявит настойчивость и сумеет его прочитать, узнает, что на участке моего друга Гаврилы Привалова мною зарыт важный документ. Если же этот человек справится с тремя задачами, то он узнает место, где зарыт документ.

198. Задача 1. Разрежь изображенную здесь фигуру на две части, из которых можно сложить прямоугольник. Посмотри, где в этом прямоугольнике окажется отмеченный квадрат. Это первое указание о месте, где зарыт документ.

199. Задача 2. При переходе через мост, соединяющий два государства, стражник, охраняющий мост, забирал половину всех имевшихся у путника денег и еще полдрахмы. Один человек пять раз перешел мост, после чего выяснил, что у него не осталось денег. Если ты сможешь найти, сколько денег у этого человека было сначала, ты узнаешь количество пядей от южной стороны квадрата до нужного места.

200. Задача 3. В соревновании по стрельбе из лука участвовали пять стрелков. Первый и второй вместе попали 41 раз. Второй, третий и четвертый вместе попали 66 раз. Третий, четвертый и пятый вместе попали 69 раз. Пятый и первый вместе попали 46 раз. Если ты найдешь, сколько раз попали в цель все пять стрелков, ты узнаешь расстояние в дюймах от нужного места до западной стороны квадрата.

Глава 28
Что было в загадочном документе

— Итак, — сказал дедушка, — нам надо решить три задачи. Самая трудная, по-моему, это первая задача (у нас 198-я). Понятно, что речь идет о фигуре, которая нарисована на листе с посланием.

Некоторое время оба молчали, рассматривая изображенную фигуру. Федя сделал несколько попыток, но ничего не получалось. Тогда дедушка сказал, что надо вырезать фигуру так, чтобы ее можно было *повернуть* и составить с оставшейся частью прямоугольник. Вот это *повернуть* и стало главным. Прошло еще немало времени, прежде чем задача была решена. Ее решение понятно из рисунка 88 на странице 202.

— Мы получили прямоугольник 8 x 10 (10 полосок горизонтальных и 8 вертикальных). Мой участок имеет в ширину 32 метра, а в длину 40. Но $32 = 8 \cdot 4$, $40 = 10 \cdot 4$. Значит, его можно разбить на квадраты со стороной 4 метра. При этом как раз получим прямоугольник 8 x 10 из таких квадратов.

Можно считать, что получившийся прямоугольник — план моего участка. Север — наверху, юг — снизу, запад — слева, восток — справа. Здесь, правда, не указан дом, колодец и другие мелочи. Но есть главное. Мы можем найти квадрат со стороной 4 метра, где зарыто что-то важное.

Следующая задача (199) у тебя не должна вызвать затруднений. Подобные ты решал.

Сколько денег было у нашего *горемыки,* — а как его еще можно назвать, если он ходил по мосту туда и обратно, пока не расстался со всеми своими деньгами, — перед последним переходом? Он отдал половину всех денег и еще полдрахмы. И это были все его деньги.

— У него оставалась одна драхма! Тогда половина денег и полдрахмы как раз и будет одна драхма. Он ее отдал, и деньги кончились.

— Верно! А сколько денег было у него перед предпоследним переходом? После него осталась, как мы знаем, 1 драхма.

После недолгих вычислений получилось, что начинал свой странный путь человек, имея 31 драхму в кармане.

— Ну, что ж. Мы знаем, сколько пядей нам надо отступить от южной (нижней) стороны отмеченного квадрата. Пядь — это старинная русская мера длины. Если обычный взрослый человек широко расставит большой и указательный палец одной руки, то он отмерит приблизительно пядь. Более точно, 1 пядь равна 17 сантиметрам 8 миллиметрам. Остается решить последнюю задачу. Прочитай ее еще раз внимательно, подумай. Сколько раз у нас упоминается первый стрелок?

— 2 раза!

— А второй?

— Тоже 2 раза.

— Надеюсь, теперь ты догадался.

Федя скоро понял, что надо найти сумму чисел: 41 + 66 + 69 + 46. Тогда мы два раза подсчитаем число попаданий каждого стрелка. Полученную сумму надо разделить на 2.

— Значит, нам надо отступить на 111 дюймов от западной, то есть левой стороны квадрата. Дюйм — это английская мера длины. 1 дюйм равен 2 сантиметрам 5 миллиметрам.

Еще некоторое время заняли измерения на участке. Наконец, нужное место было найдено. В него дедушка вбил колышек.

— Раскопаем завтра. Ведь завтра приезжают родители.

Глава 29
До свидания, Квашино

На другой день приехали родители. Поездка в Англию была успешной и интересной. Возможно, не такой интересной, как каникулы в Квашино, но все же. Дедушка получил подарки и был необыкновенно счастлив. Он получил *факсимильное* издание (то есть издание, которое было полностью скопировано с самого первого издания) книги великого Ньютона, а также сборники задач для поступающих в Оксбридж. Таким общим словом англичане называют два старейших учебных заведения Англии — Оксфорд и Кэмбридж. Для Феди также имелись подарки, но они дожидались его дома.

Первым делом дедушка и внук торжественно повели родителей к месту, отмеченному колышком. После недолгих раскопок на свет появился предмет в виде цилиндра. Из него вынули документ. Это был старинный *свиток.* На нем красивыми золотыми буквами было написано:

СВИДЕТЕЛЬСТВО

Выдано Федору Привалову

25 августа 20... года.

Этим свидетельством подтверждается, что означенный отрок занимался математическими науками в школе имени **УМЗАРА АЗУМА** и успешно закончил первую ступень этой школы.

Ему присваивается звание

КАНДИДАТА В КАНДИДАТЫ НАУК

АРИФМЕТИЧЕСКИХ,

ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ И ПРОЧИХ,

ПЕРВОЙ СТЕПЕНИ.

Кроме того, в цилиндре оказалась тетрадка, в которой было много интересных математических задач. На обложке тетради надпись: *Занимательные задачи из коллекции Гаврилы Привалова.*

От счастья Федя был не на *седьмом,* а на *семьсот семьдесят седьмом небе.* (Если имеется седьмое небо, то почему бы не быть и семьсот семьдесят седьмому.)

Все отправились в дом. Федя аккуратно держал полученное свидетельство. На радостях был устроен праздничный обед, в котором приняли участие все шестеро. В конце обеда появился

арбуз.

— Ну, что ж, — сказал дедушка, — придется для ровного счета предложить еще одну задачу.

— Для какого ровного счета? — удивился Федя. — Ведь у нас набралось уже как раз 200 задач. Куда уж ровнее!

— Ошибаешься. Как раз одной и не хватает. Для *ровного* счета. А число 200 *круглое. Круглыми* бывают также дураки и отличники.

> **201.** Сейчас я разрежу этот арбуз на 5 частей. По числу едоков. Клава не любит арбузы. Потом каждый съест свою часть. Никто не будет ни ломать, ни резать арбузную корку. Но после того как арбуз будет съеден, останется 6 корок. Как я это сделаю?

Отец Юрий догадался быстро. Федя же был так возбужден, что просто *не мог думать.* Точнее, он не мог думать о предложенной дедушкой задаче. К сожалению, или к счастью, такое может случиться с любым человеком и даже с самым выдающимся математиком. Хотя, конечно, совсем *не думать ни о чем* намного труднее, чем *не делать совсем ничего.* А большинство людей думают, что когда человек только думает, он как раз и не делает ничего. Вот если он вбивает гвозди, то он что-то делает.

Дедушка быстро разрезал арбуз. Одна часть была явно лучше других. Предложение мамы отдать эту часть Федору было с возмущением отвергнуто всеми мужчинами, включая Навуходоносора и Федора. Федор же просто обиделся. Этот кусок получила мама.

Потом настала пора прощаться.

Дедушка измерил длину волос Федора. Они выросли на целых пять сантиметров.

— Смотри, как сильно подросли твои волосы. Это означает, что ты хорошо *потрудился головой.* Ты ведь знаешь, что все люди, кому приходится *работать головой,* либо очень волосатые, либо лысые, но это по той же причине. Волосы начинают слишком быстро расти и оттого выпадают. Можешь, кстати, подсчитать, с какой скоростью росли твои волосы. Пусть это будет последней задачей. Вне счета.

Прощаясь с дедушкой, Федор сказал:

— Ты знаешь, дедушка, мне было *страшно* интересно. В том году мы отдыхали на море. Там тоже было *страшно* интересно. Но у тебя *страшнее.*

— Ну, спасибо.

…А через месяц дедушка получил письмо:

«На деревню дедушке,
Гавриле Терентьевичу.

Дорогой дедушка!

Пишет тебе твой внук, Федор Привалов. Я во время вспоминаю каникулы в Квашино. Прочитал книгу "Золотой ключик, или Приключения Буратино". Автор Алексей Толстой. Папа сказал, что есть еще очень похожая книга "Приключения Пиноккио" итальянского писателя Коллоди. Надо будет и тоже прочитать.

После того как я прочитал книгу про Буратино, я догадался. За нарисованным камином была дверь. Она вела прямо в волшебный сундук. Так попадали в него всякие вещи.

Я теперь люблю математику. Но в школе она не очень интересная. Я хожу в кружок вместе с Колей Васильевым. По пятницам. Его ведут вместе два дяденьки. Один с бородой, а другой очень длинный. Они дают нам интересные задачи и рассказывают о математике. Они часто спорят и путаются. Но все равно очень интересно.

Твой внук Федор Привалов

Дополнение
Задачи для самостоятельного решения

(К задаче 10)

1. Вычисли устно:

а) 998 + 1002;

б) 138 + 575 — 134 — 572;

в) 6546 — 1309 + 1306 — 6543.

(К задаче 12)

2. У нас есть бочка с квасом и два ковша емкостью 3 литра и 5 литров. Как с помощью этих ковшей отлить из бочки: а) ровно 2 литра; б) ровно 1 литр?

3. Как из бочки с квасом отлить 1 литр, если в нашем распоряжении есть ведро на 12 литров и ковш на 5 литров?

4. Можно ли отлить из бочки с квасом ровно 1 литр, если у нас есть ковш на 2 литра и ковш на 4 литра?

(К задаче 15)

5. Ваня и Алена — брат и сестра. У Алены всего 3 брата и 1 сестра. Сколько братьев и сколько сестер у Вани?

6. Ваня и Алена — брат и сестра. У Алены братьев вдвое больше, чем сестер, а у Вани братьев и сестер поровну. Сколько всего братьев и сколько сестер в этой семье?

(К задаче 16)

7. У трех маляров есть брат Поликарп, а у Поликарпа братьев нет. Как это может быть?

8. Две мамы и две дочки разделили между собой поровну 300 рублей, и каждой из них досталось по 100 рублей. Как такое могло быть?

9. Сын моего отца, но не мой брат. Кто это?

10. В семье я рос один на свете, И это правда до конца, Но сын того, кто на портрете, — Сын моего отца. Кто же нарисован на портрете?

(К задачам 17–19)

11. Корова съедает охапку сена за 4 дня, а коза за 12 дней. За сколько дней они вместе съедят эту охапку сена?

12. Один маляр может покрасить забор за 1 час, а другой — за 40 минут. Сколько времени им понадобится, чтобы вдвоем покрасить забор?

13. Две крестьянки продают на рынке картошку. Одна продает по 70 рублей за ведро, а другая — по 30 рублей за кулек.

У кого из них картошка дешевле, если ведро картошки весит 12 кг, а кулек — 5 кг?

14. Профессор Богачев и ассистент Копейкин работают в университете и читают лекции студентам. Профессор Богачев читает 13 лекций в месяц, а ассистент Копейкин — 3 лекции в неделю. Кто из них читает больше (полагаем, что в месяце 31 день)?

(К задаче 21)

15. Пять рыбаков за 5 дней поймали 5 судаков. Сколько судаков поймают 10 рыбаков за 10 дней?

(К задаче 27)

16. а) Какое наибольшее число записывается тремя римскими цифрами? А наименьшее? Тот же вопрос про четыре цифры.

б) Придумай два различных трехзначных числа (записанных римскими цифрами), сумма которых равна однозначному числу.

17. Вычисли:

а) IX — IV + XXVII;

б) C — LXII + XLI — XXXIV (К задаче 45)

18. а) Найди сумму: 1 + 2 + 3 + … + 39 + 40; 1 + 11 + 21 + 31 + … + 81 + 91. б) 6 бильярдных шаров можно сложить треугольником в 3 ряда (рис. 59). Если сложить треугольник в 4 ряда, то получится 10 шаров. А сколько шаров в треугольнике из 50 рядов?

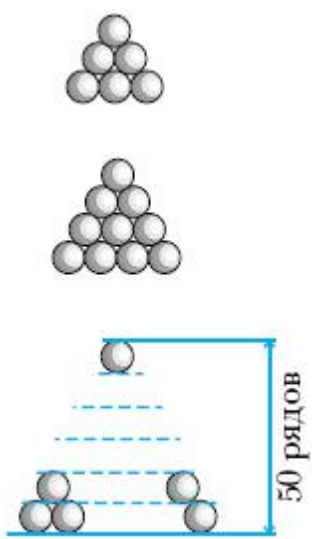


Рис. 59

19. Настя Балабошкина разговаривала на уроке с соседкой по парте Галей Сплетиной. За это учитель дал им задание сложить все числа от 1 до 100. Причем задание учитель разделил между

подружками «поровну»: Балабошкина должна найти сумму от 1 до 50, а Сплетина — от 51 до 100. Не вычисляя этих сумм, найди, на сколько сумма Сплетиной больше, чем сумма Балабошкиной.

20. Крестьянин нанялся на работу к помещику на две недели. По поводу оплаты договорились так: за первый день работы помещик платит крестьянину 10 копеек, а потом за каждый следующий день на 1 копейку больше, чем за предыдущий. За две недели крестьянин надеется заработать на новую лошадь, которая стоит 2 рубля 30 копеек. Удастся ли крестьянину это сделать?

(К задаче 46)

21. Из городов *A* и *B,* расстояние между которыми 25 километров, выехали одновременно навстречу друг другу два велосипедиста. Скорость первого 15 километров в час, скорость второго 10 километров в час. Одновременно с первым велосипедистом из города *A* вылетела в том же направлении муха, которая летела, пока не встретила второго велосипедиста, едущего навстречу, и тут же полетела обратно, пока не встретила первого, затем опять повернула обратно до встречи со вторым и т. д., так она летала между велосипедистами, пока те не встретились. Сколько всего километров пролетела муха, если ее скорость равна 30 километров в час?

(К задачам 51–55)

22. Может ли сестра быть в 200 раз старше брата?

23. Ваня через три года будет в 2 раза старше, чем он был 3 года назад. Сколько лет Ване?

24. Папа говорит сыну: «Сейчас я в 3 раза старше тебя, а через 12 лет буду старше тебя только в 2 раза». Сколько лет папе и сколько — сыну?

(К задачам 67, 68)

25. У меня дома есть будильник. Он механический (не электронный). Я всегда завожу его на 7 часов. Это значит, что будильник должен звонить 2 раза в сутки — в 7 утра и в 7 вечера. Но будильник почему-то звонит только по утрам, и я ни разу не слышал его вечером. Как же будильник отличает утро от вечера?

26. Сколько времени в течение суток минутная стрелка на часах находится между цифрами 1 и 2?

(К задаче 73)

27. Не пользуясь калькулятором, определи, какое из чисел больше:

а) 1003 + 998 или 2000;

б) 296 + 450 или 295 + 460;

в) 33 • 33 или 32 • 34;

г) 101 • 99 или 102 • 98.

28. Что больше: произведение двадцати троек или

произведение тридцати двоек?

(К задачам 86–91)

29. Отгадай загадку:

В пруду она не водится,
В реке она живет,
В сарае не поместится,
А в кошелек — хоть две войдет.

30. В слове *греет* есть две буквы «е» подряд. Назови слово, в котором есть три буквы «е» подряд.

31. В русском языке есть, как минимум, 4 слова, которые оканчиваются на «со». Например, *колесо.* Назови три других слова (это должны быть существительные в именительном падеже. Иностранные слова, такие, как, например, *лассо,* не считаются).

32. Фраза *«Продолжает хотеться есть»* (наверное, человек, который ее придумал, был очень голодный) интересна тем, что она состоит из трех глаголов. В самом деле: в этом предложении три слова, и все они — глаголы. А сможешь ли ты придумать фразу из четырех глаголов?

Подсказка: если человека, придумавшего первую фразу, не кормить еще какое-то время, то он скажет вторую.

33. Придумай предложение, в котором шесть слов и после каждого слова (кроме последнего) стоит запятая.

34. Назови пять дней, не используя их названий.

35. а) Чтобы назвать момент времени «тридцать первое мая, двенадцать часов ночи» мы использовали шесть слов. Сможешь ли ты назвать его, используя только два слова?

б) Назови момент времени «тридцать первое августа, двадцать три часа сорок минут», используя только 3 слова.

(К задачам 93–97)

36. Раздели число 60:

а) в отношении 1:2;

б) в отношении 2:3;

в) в отношении 5:1;

г) в отношении 7:5.

37. Путь из дома на работу занимает вдвое меньше времени, чем с работы домой (так как с работы я еду в час пик). Всего на дорогу туда и обратно я трачу ровно 2 часа. Сколько времени занимает путь на работу?

38. Мы отправились в поход на 3 дня. В первый день мы прошли много, но во второй день устали и прошли в 2 раза меньше, а в третий день мы были совсем уставшие, и прошли вдвое меньше, чем во второй. Сколько мы проходили в каждый

день, если весь маршрут составил 35 километров?

39. Федя бежал лыжный кросс на 10 километров. Все участники кросса стартовали одновременно, а через полчаса после старта выяснилось, что Федя пробежал в 4 раза меньше лидера — Коли Васильева и отстает от него на 6 километров. Сколько пробежал Федя? С какой скоростью бежал Коля Васильев?

(К задаче 101)

40. Сизиф пытается закатить на гору камень. Высота горы 1 километр. За день Сизиф поднимает камень на 100 метров, а за ночь камень скатывается вниз на 50 метров. Через сколько дней Сизиф закатит камень на вершину горы?

41. Таксист Иван Полтинников получает за один рабочий день 500 рублей, а на следующее утро его жена идет в магазин и тратит 150 рублей. Сможет ли Иван за три недели заработать жене на шубу, которая стоит 7500 рублей?

(К задаче 112)

42. В одном государстве королева разгневалась на своего шута и решила его казнить. Она заявила ему: «Скажи что-нибудь в свое оправдание. Только учти: если ты скажешь неправду, то тебя повесят. А если правду, то тебя утопят!» Шут подумал немного и сказал одну фразу, после которой королеве ничего не оставалось делать, как только развести руками и помиловать шута. Что сказал шут?

43. Старшина отдает приказ рядовому Сидорову:

— Назначаю тебя ответственным за внешний вид наших солдат! Поэтому каждое утро ты будешь брить тех солдат, которые не бреются сами. Ясно?

Сидоров, бывший студент-математик, отвечает:

— Ясно! Но, к сожалению, я не смогу выполнить ваш приказ.

— Почему? Неужели ты не сможешь за утро побрить пять или шесть человек?

— Дело не в этом, товарищ сержант. Дело в том, что этот приказ невозможно выполнить.

Прав ли рядовой Сидоров?

44. В некотором царстве-государстве должны были казнить двух преступников. Но в последний момент король решил проявить гуманизм и издал указ: казнить только одного преступника, а второго помиловать. Кого именно помиловать — должен решить жребий. Преступники по очереди вытянут по бумажке, у кого будет бумажка с крестом, того казнят, а кто вытянет пустую — помилуют. Первым жребий будет тянуть преступник по имени Джон. Все было бы хорошо, но другой преступник подговорил судей, и те подложили две бумажки с

крестом. Узнав об этом, тюремщик решил предупредить Джона:

— Жребий будет нечестным! Обе бумажки с крестом! Какую бы ты ни вытянул — тебя казнят. Ты должен рассказать все суду или просить, чтобы другой тянул первым, а не ты. Хотя не думаю, что судьи тебя послушают.

— Спасибо тебе, добрый человек, — ответил Джон, — не волнуйся за меня. Я буду первым тянуть жребий. Но вот увидишь, что меня помилуют.

И его действительно помиловали! Как же повел себя на суде сообразительный Джон?

(К задачам 125–132)

45. Мировой рекорд по бегу на стометровой дистанции составляет (примерно) 10 секунд. Вырази скорость бегуна в километрах в час.

46. Между деревней и поселком 120 километров. Машина едет из деревни в поселок со скоростью 60 километров в час, а обратно — 40 километров в час. Найди среднюю скорость автомобиля на всем пути.

47. Расстояние от моего дома до университета, где я работаю, 3 километра. Я прохожу это расстояние за полчаса, а профессор Чижиков — за час. Однажды мы договорились встретиться с профессором Чижиковым. В 10 часов утра я вышел из дома, а он в это же время — из университета. На каком расстоянии от университета мы встретимся? Когда это произойдет?

48. То же условие, что в предыдущей задаче, только с одной поправкой: профессор вышел из университета в 10 часов утра, а я опоздал, и вышел из дома в 10 часов 15 минут.

(К задачам 140–143)

49. а) Какие из следующих чисел являются простыми:

19, 37, 101, 135, 143, 203?

б) Представь следующие числа в виде произведения простых:

22, 35, 64, 89, 221, 361.

50. Разговаривают три математика. Один говорит:

— У меня двое сыновей. Если умножить возраст одного на возраст другого, то получится 437.

— А у меня, — говорит другой, — три внука, и все уже ходят в школу! Если перемножить их возрасты, то получится 1001.

— Ну а у меня два сына и один внук, — говорит третий, — и произведение их возрастов равно 253.

Сколько лет каждому из упомянутых сыновей и внуков?

(К задачам 149–155)

51. На цирковом представлении фокусник говорит зрителям:

— Задумайте какое-нибудь трехзначное число. Теперь припишите к нему слева такое же число. Получилось

шестизначное число, не так ли? Я утверждаю, что оно делится на 7 без остатка!

Федя и Коля сидели в зрительном зале. Федя задумал число 147, а Коля — 213. Мальчики достали калькулятор и с удивлением обнаружили, что фокусник прав: Федя получил число 147 147, и оно действительно делится на 7. И Колино число 213 213 также разделилось на 7 без остатка!

— Как же так? — недоумевал Коля. — Ведь фокусник не знал, какие числа мы задумали!

— Наверное, случайность, — предположил Федя. Фокусник тем временем продолжал:

— А теперь попробуйте разделить ваши числа на 11. Федя и Коля принялись нажимать на кнопки калькулятора. Изумлению ребят не было предела. Оба числа разделились на 11 без остатка!!! Мальчики спросили своих соседей по ряду. Оказалось, что все задумали разные числа, но результаты у всех разделились и на 7, и на 11.

— Но и это еще не все! — продолжал фокусник. — Ваши числа делятся еще и на 13.

Уже ничему не удивляющиеся ребята опять стали считать. Стоит ли говорить, что и на этот раз фокусник не ошибся.

По дороге домой мальчики обсуждали увиденное. Федя выдвинул гипотезу:

— Я думаю, что фокусник владеет даром гипноза. Вот он и внушил всем зрителям загадать особые трехзначные числа.

— А я уверен, что дело не в этом, — ответил Коля, — мне кажется, тут скрыто какое-то общее свойство всех трехзначных чисел. Наверное, какое трехзначное число ни загадай, полученное шестизначное число всегда разделится и на 7, и на 11, и на 13.

Дома ребята смогли раскрыть секрет фокуса. А ты сможешь?

52. Ученикам второго класса задали выучить таблицу умножения на 9. Один ученик придумал такой способ: пусть нам надо умножить какое-то число (от 1 до 9) на 9, для этого положим обе руки на парту, загнем один палец, который имеет номер этого числа. Тогда ответ перед нами: число пальцев слева от загнутого — это первая цифра в ответе, а число пальцев справа — вторая. Например, хотим умножить 4 на 9. Загибаем 4-й палец. Слева от него 3 пальца, справа 6, значит, ответ 36. Попробуй понять, в чем здесь секрет.

(К задачам 156, 157)

53. Если кубический метр разрезать на кубические миллиметры и поставить их один на другой, то какой высоты получится столб?

54. Золото — это не только драгоценный металл, это еще и

одно из самых тяжелых веществ в природе. Кубический метр золота весит (примерно) 20 тонн. Сколько весит кубический сантиметр золота? А кубический дециметр?

55. Плотность населения в Москве составляет около 10 тысяч человек на 1 квадратный километр. Сколько квадратных метров приходится на одного москвича? Чему равна сторона квадрата, содержащего столько квадратных метров?

(К задачам 170–177)

56. Пяти девочкам принесли корзину с пятью яблоками. Как разделить эти яблоки между девочками поровну так, чтобы одно яблоко осталось в корзине? Резать яблоки не разрешается.

57. Почему зеркало меняет правую сторону с левой, но не меняет верх с низом?

58. Почему стоп-кран в поезде выкрашен в красный цвет, а в самолете — в синий?

59. Какая птица из яйца вылупляется, а сама яиц не несет?

60. Какое колесо автомобиля не вращается при повороте направо?

61. Почему верблюд не ест вату?

(К задачам 178, 179)

62. Расстояние между Москвой и Санкт-Петербургом считаем равным 600 километров. Из Москвы выехал поезд в 12 часов 33 минуты, и едет он со скоростью 70 километров в час. Из Санкт-Петербурга в Москву выехал другой поезд в 13 часов 48 минут, и едет он со скоростью 80 километров в час. На каком расстоянии друг от друга будут поезда за час до их встречи?

(К задаче 194)

63. Саша собирал грибы в лесу и не заметил, как заблудился. Потом он целый час плутал по лесу в поисках тропинки и наконец вышел к железной дороге. Саша помнил, что, пока он собирал грибы, он переходил железную дорогу 3 раза, а пока плутал в лесу, переходил ее 2 раза. Надо ли ему еще раз перейти дорогу, чтобы попасть домой?

64. В другой раз Саша побоялся один ходить по лесу и пошел вместе с папой. Но в лесу Саша и его папа потеряли друг друга, и оба заблудились. Пока они плутали в лесу, Саша переходил через железнодорожные пути 4 раза, а папа — 6 раз. По одну сторону от железной дороги они сейчас находятся или по разные?

65. Коля и Федя — соседи по лестничной площадке. Федя собрался в гости к Коле, но никого не застал. Тогда он пошел домой и стал ждать. Пока он ждал, он 3 раза слышал, как хлопает дверь Колиной квартиры. Если он пойдет теперь, застанет ли он кого-нибудь дома?

66. Несколько мальчишек залезли в сад за вишней. Сторож

заметил, что мальчишки перелезали через забор (в ту или другую сторону) 7 раз. Когда сторож пришел, застал ли он кого-нибудь в саду?

Ответы, разгадки, решения

только тех задач и вопросов, которые не были рассмотрены в тексте.

1. 11 + (289 — 23) + 17 = 294 километра. Конечно, гарантировать, что Федя с родителями проехал именно это расстояние, нельзя. Возможно отклонение в 1–2 километра.

2. 7 + 5 • 8 = 47.

3. Решение понятно из рисунка 60. Надо отрезать «уголок» из четырех клеток.

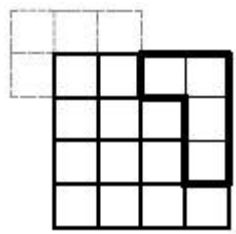


Рис. 60

4. Решение этой задачи содержится в главе 4 «Прогулка в магазин».

5. Просто перед тем, как гости вошли в дом, дедушка незаметно повернул банку.

6. Юрий взял пятый стакан и перелил его во второй. Коснулся он только одного пятого стакана.

7. Всего в слове Навуходоносор 13 букв. Можно выбрать три идущие подряд буквы десятью способами. Первой буквой может быть любая с 1-й по 10-ю буква. Подряд четыре буквы можно выбрать девятью способами, а пять — восемью. Всего сокращенных имен будет 10 + 9 + 8 = 27.

8. 9909. 12 000 + 1200 + 12 = 13 212. Девятьсот восемьдесят семь миллионов шестьсот пятьдесят четыре тысячи триста двадцать один.

9. Первоклассник ответил: «Тридцать первое». Он имел в виду число месяца. Самое большее — это 31-е.

10. В двух случаях пункта б) ответ тот же, что и в пункте а). В первом варианте мы увеличили на 3 первое число и уменьшили на 3 второе. Их сумма не изменилась. А оба следующих числа уменьшили на 1. Во втором варианте надо рассмотреть первое и последнее, а затем второе и третье числа. Во всех случаях один и тот же ответ: 269.

11. Федин отец сначала включил один выключатель (назовем

его первым) и некоторое время держал его включенным. Затем он выключил первый, включил второй и поднялся на второй этаж. Одна лампочка горела. Она соответствовала второму выключателю. Одна лампочка из двух оставшихся была теплой. Она соответствовала первому.

14. Запускаем одновременно двое часов. После того как истекли 3 минуты, кладем блин и перевертываем часы, отмеряющие 3 минуты. После того как закончилось пересыпание песка в 5-минутных часах, то есть по истечении еще двух минут, переворачиваем блин, а также часы — и те и другие. Через 2 минуты песок в 3-минутных часах пересыплется вниз. В этот момент вновь переворачиваем часы (и те, и другие) и снимаем блин. Таким образом, переворачивая каждый раз и те, и другие часы, когда где-то полностью пересыплется песок, мы будем отмерять по 2 минуты.

15. У Паши $2 + 1 = 3$ сестры (плюс сама Маша) и $2 — 1 = 1$ брат (минус он сам).

16. Они тройняшки. У них есть еще третий близнец, сестра или брат.

18. За 6 дней лошадь съест 3 охапки сена, корова — 2 охапки и коза — 1 охапку. То есть вместе они съедят 6 охапок. А одну охапку вместе съедят за 1 день.

20. Сложите три кирпича так, как показано на рисунке 61. И меряйте.

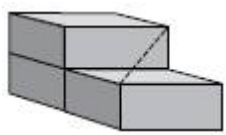


Рис. 61

21. 9 кур за 3 дня снесут 9 яиц. А 9 кур за 9 дней снесут $9 \cdot 3 = 27$ яиц.

23. Решение в тексте после задачи 29.

24. Сделав разрез (вернее, много разрезов) в листе, как изображено на рисунке 62, мы можем затем «растянуть» лист с разрезами и получить нечто вроде большого бумажного кольца. Есть и другие способы сделать разрез с нужным свойством.

Рис. 62

26. Число советников равно сумме 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 + 1024 = 2047.

27. а) 89, 287, 497, 999, 2766; б) LXXIII, CCLXXXIV, DCCCLXXVI, MMDCLXVI; в) MMMCMXCIX = 3999.

28. 100 квадратных сантиметров.

29. Задание состоит в проверке равенств. Например, проверим последнее. Левая часть (40 + 19) • (40 — 19) = 59 • 21 = 1239, правая часть 40 • 40 — 19 • 19 = 1600 — 361 = 1239.

30. 31 • 29 = (30 + 1) • (30 — 1) = 30 • 30 — 1 • 1 = 900 — 1 = 899, 102 • 98 = 10 000 — 4 = 9996, 204 • 196 = 40 000 — 16 = 39 984, 999 • 1001 = 1000 • 1000 — 1 = 999 999. Выражение 56 789 • 56 789 — 56 790 • 56 788 равно 1, так как 56 790 • 56 788 = (56 789 + 1) • (56 789 — 1) = 56 789 • 56 789 — 1.

31. Если остается 8 палочек, то начинающий проигрывает. Это очевидно. Также начинающий проигрывает, если остается 16 палочек. Ведь сколько бы он ни взял, второй игрок может оставить ему 8 палочек, то есть поставить в проигрышное положение. Точно так же начинающий проигрывает (при правильной игре соперника), если на столе 24, 32 палочки и вообще количество, делящееся на 8. А поскольку ближайшее к 50 число, которое делится на 8, есть 48, начинающий выигрывает. Он должен взять 2 палочки.

32. Решение дано в тексте. Повторяем: первый игрок, начинающий, должен каждый раз уравнивать число палочек в обеих кучках.

33. Заметим, что «плохими» являются числа 1, 3, 7, 15, 31. Если осталась 1 конфета, начинающий проигрывает. Это очевидно. Если имеется 3 конфеты, то начинающий также проигрывает. Он берет одну, а соперник тоже одну. Если имеется 7 конфет, то второй игрок всегда может оставить начинающему 3 конфеты. Также, если имеется 15 конфет, то на любой ход первого игрока второй может оставить ему 7 конфет. То есть «плохое» число. Следующим «плохим» числом является 31. Значит, Карлсон должен взять 1 конфету, чтобы Малыш не мог

выиграть. Учитывая любовь Карлсона к сладкому, трудно поверить, что он сделает такой ход (возьмет только 1 конфету). В этой игре жадина проигрывает!

35. Порядок действий задается условием. Главное не запутаться. Последнее равенство должно выглядеть так: 2 + 98 = 100.

36. а) Наибольшее число получим, если вовсе не будет скобок: 31 — 13 + 7 — 5 + 1 = 21. Наименьшее: 31 — (13 + 7) — (5 + 1) = 5.

б) Наибольшее число: 31 — (13 — 7 — 5 — 1) = 31. Наименьшее: 31 — 13 — 7 — 5 — 1 = 5.

37. См. рисунок 63.

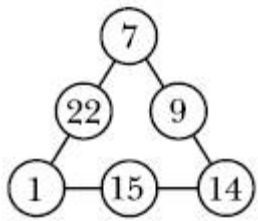


Рис. 63

38. Числа должны повторяться через каждые две клетки. Так, число в первой клетке равно числу в четвертой клетке. Ведь если к сумме второго и третьего чисел прибавить первое, то получится тот же результат, что и при прибавлении четвертого. Затем число в четвертой клетке равно числу в седьмой клетке. И так далее. Точно так же равны числа во 2, 5, 8-й и так далее клетках. А также в 3, 6, 9-й, …. Ответ показан на рисунке 64.

3	5	4	3	5	4	3	5	4	3	5	4
7	8	9	7	8	9	7	8	9	7	8	9
13	19	9	13	19	9	13	19	9	13	19	9

Рис. 64

39. В первом равенстве справа 99, во втором справа 1, в третьем вновь 99, в четвертом вновь 1 и так далее. Выражение, в котором число 100 встречается 100 раз, равно 1.

40. а) 38 + 19 — 37 + 21 — 18 — 20 = (38 — 37) + (19 — 18) + (21 — 20) = 1 + 1 + 1 = 3. б) (2 + 4 + 6 + … + 100) — (1 + 3 + 5 + … + 99) = (2 — 1) + (4 — 3) + (6 — 5) + … +

(100 — 99) = 1 + 1 + … + 1 (50 раз) = 50.

41. В результате должна получиться картинка, изображенная на рисунке 65. Порядок действий определяется начальной картинкой.

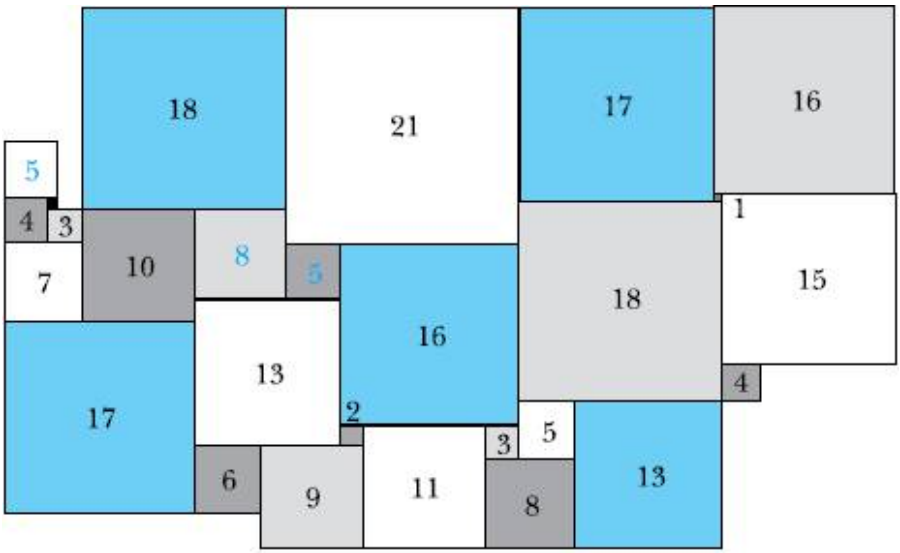


Рис. 65

42. 17 + 19 + 24 + 15 + 12 = 87. Поскольку в следующей сумме третье слагаемое такое же, а остальные увеличены на 1, то и сумма должна быть на 4 больше, то есть 87 + 4 = 91. Таким же образом получим, что третья сумма 87 — 1 — 1 — 2 — 0 — 1 = 82. Четвертая сумма 87 + 2 + 2 + 1 + 2 + 2 = 96. Пятая сумма на 3 меньше четвертой. Она равна 93. Шестая на 6 больше пятой. Она равна 99. Седьмая еще на 5 больше шестой. Она равна 104.

43. В первом выражении мы должны сложить шесть семерок и вычесть четыре семерки. Останется сумма двух семерок, то есть 14. Во втором выражении останется сумма 3 и 4. Она равна 7. Последнее выражение равно 0.

44. 13 + 12 + 27 + 19 + 18 + 11 = (13 + 27) + (12 + 18) + (19 + 11) = 40 + 30 + 30 = 100, 3 + 13 + 27 + 7 + 17 + 23 = (3 + 27) + (13 + 7) + (17 + 23) = 30 + 20 + 40 = 90, 24 + 11 + 19 + 17 + 16 + 4 = (24 + 16) + (11 + 19) + (17 + 4) = 40 + 30 + 21 = 91.

45. Вот как мог решить эту задачу маленький Гаусс. Будем объединять первое слагаемое с последним, второе с предпоследним и так далее. Но сумма первого и последнего (1 + 100), второго и предпоследнего (2 + 99) и всех пар равна 101. Всего пар будет 50. Значит, нужная сумма 50 • 101 = 5050.

46. За одно и то же время Земфира пробегает в 10 раз больше, чем проходит ее хозяин. При этом неважно, как бегает

Земфира. Раз хозяин прошел 440 метров, то путь Земфиры равен 4400 метрам, или 4 километрам 400 метрам.

47. Надо провести прямую, соединяющую центры квадрата и круга. (Центр квадрата — это точка пересечения его диагоналей.)

48. Поскольку русский алфавит содержит 33 буквы, средней является буква под номером 17. Это буква «п».

49. Это вопрос: «Где ёж?» (Буквы Г, Д, Е, Ё, Ж следуют в алфавитном порядке.)

50. Это слова «спорт» и «спрут».

51. Каждый год содержит либо 365 дней, либо 366 дней (это високосный год). Разделим 10 000 на 365 с остатком. Получим $10\,000 = 365 \cdot 27 + 145$. Даже учитывая високосные годы, учительнице исполнилось 27 лет, но нет еще 28 лет. Значит, ей 27 лет.

52. Из того, что сказал дедушка, следует, что этот год не високосный. Посередине будет день под номером 183. 182 дня перед ним — это первая половина года, а 182 дня после — это вторая половина года. Число дней до 1 июля $31 + 28 + 31 + 30 + 31 + 30 = 181$. Значит, разговор происходил 2 июля. Этот день как раз является 183-м днем обычного года.

53. Пусть наш год обычный. Если 1 января — воскресенье, то 13 января — пятница, а также пятница — 13 октября. Если 1 января — понедельник, то пятницей будут 13 апреля и 13 июля. Если 1 января — вторник, то пятницей будут 13 сентября и 13 декабря. Если 1 января — среда, то пятницей будет 13 июня. Если 1 января — четверг, то пятницей будут 13 февраля, 13 марта и 13 ноября. Если 1 января — пятница, то пятницей будет 13 августа. И наконец, если 1 января — суббота, то пятницей будет 13 мая. Точно так же можно разобраться с високосным годом.

54. Сегодня Васе 8 лет, а Коле 2 года. Разница между ними 6 лет. Она не меняется. Когда Вася будет в 3 раза старше Коли, то на разницу придется два возраста Коли. То есть возраст Коли 3 года, а возраст Васи 9 лет. А когда Коле будет 6 лет, Васе будет 12. В 2 раза больше. Задачу можно решить также простым перебором.

55. Единственное возможное объяснение состоит в следующем. Этот школьник родился 31 декабря. А разговор происходил 1 января, при этом 31 декабря предыдущего года школьнику исполнилось 11 лет. Позавчера, 30 декабря, ему было 10 лет. В этом году ему исполнится 12 лет. А на будущий год ему исполнится 13 лет.

56. «Такая» сабля не сможет быть вложена в «такие» ножны.

57. На рисунке 66 показан возможный способ подвешивания картины (веревка не натянута). Нетрудно убедиться, что если

выдернуть любой гвоздь, то картина не сможет висеть.

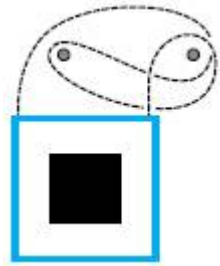


Рис. 66

58. Объяснение дано в тексте. Понятно, что невыпуклым является правый четырехугольник.

59. На рисунке 12 фигуры *в* и *е* не являются многоугольниками. Из оставшихся фигур выпуклым многоугольником является лишь один *д*. Все остальные — невыпуклые многоугольники. Остается лишь подсчитать число сторон у каждого. Можешь убедиться, что последний многоугольник и в самом деле является стодевяностодевятиугольником.

60. На рисунке 13,*а* 4 треугольника и 3 четырехугольника. На рисунке 13,*б* 9 маленьких треугольников, 3 треугольника, состоящих из четырех маленьких, и 1 треугольник большой (из 9 маленьких). Всего 13 треугольников. На этом же рисунке имеется 9 четырехугольников, состоящих из двух треугольников (это ромбы), также 9 четырехугольников из трех треугольников (трапеции), 6 четырехугольников из четырех треугольников (параллелограммы), 3 четырехугольника из пяти треугольников. И наконец, 3 четырехугольника из восьми треугольников. Всего 30 четырехугольников. На рисунке 13,*в* 16 маленьких треугольников, 6 треугольников, составленных из четырех маленьких, 3 треугольника, составленных из девяти маленьких, и 1 треугольник из всех маленьких. Всего 26 треугольников. На рисунке 13,*г* 8 треугольников (4 + 4). На рисунке 13,*д* 16 треугольников (8 из одного треугольника, 4 двойных и 4 из четырех треугольников) и 17 четырехугольников (рис. 67). На рисунке 13,*е* 26 треугольников (12 из одного треугольника, 10 двойных и 4 из четырех треугольников) и 29 четырехугольников (рис. 68).

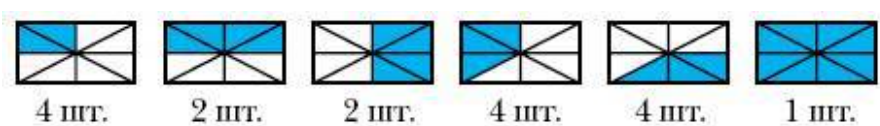


Рис. 67

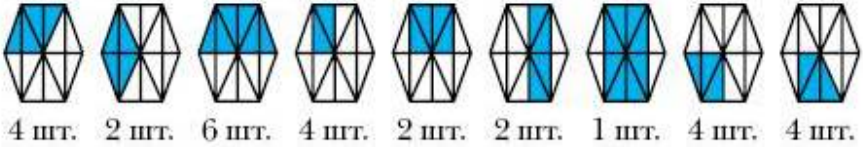


Рис. 68

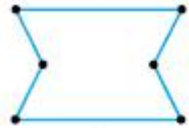
61. См. рисунок 69.

Рис. 69

62. См. рисунок 70.

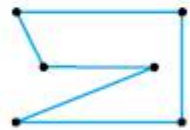
Рис. 70

63. 1 шестиугольник, как на рисунке 71,*а,* 2 шестиугольника, как на рисунке 71,*б,* и по четыре, как на рисунке 71,*в* и *г.* Всего 11 возможностей.



а)

б)



г)

Рис. 71

64. На рисунке 72 серым заштрихованы неосвещенные части комнаты, зеленым — освещенные одной лампочкой и белые части, освещенные обеими лампочками.

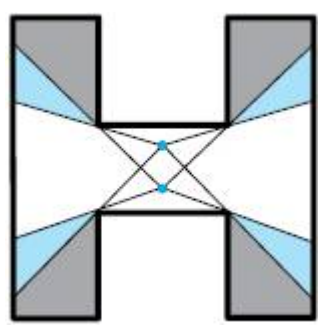


Рис. 72

65. Таким многоугольником может являться пятиконечная звезда (рис. 73).

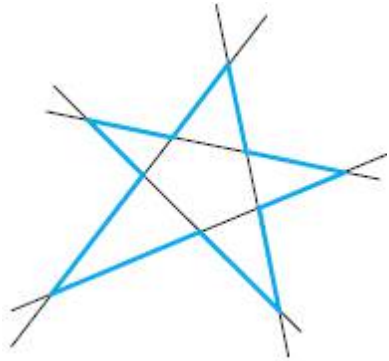


Рис. 73

66. Можно предложить приятелю спор (пари). Ты можешь положить на пол газету и встать на нее вдвоем с приятелем так, что ни один из вас не сможет дотронуться до другого.

67. Часы вновь покажут точное время, когда они уйдут вперед ровно на 12 часов, или на $12 \cdot 60 = 720$ минут. Значит, они покажут точное время через 720 суток, то есть почти через 2 года.

68. Потребуется 10 000 минут. В сутках $24 \cdot 60 = 1440$ минут. $10\,000 = 1440 \cdot 6 + 1360 = 1440 \cdot 7 — 80$. Другими словами, чтобы досчитать до миллиона, нужно почти 7 суток. По нашим подсчетам, на 80 минут или на 1 час 20 минут меньше недели. Чтобы досчитать до миллиарда, даже если до миллиона человек может досчитать за 6 дней, ему потребуется 6000 дней, поскольку $6000 = 365 \cdot 16 + 160$, то есть примерно 16 с половиной лет.

69. Как верно подсчитал Федор, «Шайба» выигрывает у «Гайки», «Гайка» — у «Винта», «Винт» — у «Шайбы» с одним и тем же счетом 5:4. Проверьте сами, составив таблицу командных матчей. Это выглядит очень странно, поэтому это полезно обдумать и обсудить.

71. За указанное время — за 12 часов — маленькая стрелка сделает 1 оборот, а большая — 12 оборотов. На 11 оборотов больше. Значит, она 11 раз обгонит часовую стрелку. Столько же раз (11) стрелки будут совпадать. Первый раз большая вновь совпадет с маленькой на втором круге. И затем совпадения будут иметь место на каждом круге большой стрелки.

73. $1111111 > 999\,999$, поскольку у левого числа 7 единиц, а у правого — 6 девяток. При сравнении второй пары можно перемножить числа слева, но проще «оценить», заменив каждый множитель на меньший ($26 > 25$, $43 > 40$). Значит, $26 \cdot 43 > 25 \cdot 40 = 1000$. Также можно поступить и при сравнении следующей пары: $71 > 69$, $19 > 18$, $117 > 116$. Значит, первое число больше второго. В последней паре $5 \cdot 7 = 35 < 36 = 4 \cdot 9$, $287 < 289$. Следовательно, первое число меньше второго.

75. Центром квадрата является точка пересечения его диагоналей. Что такое центр окружности, объяснено в тексте. Любой отрезок, соединяющий две точки на границе (квадрата или окружности) и проходящий через центр, делится центром пополам. Именно этим свойством и обладает центр фигуры. (Если она имеет центр.) Но у окружности все точки расположены на равном расстоянии от центра, а у квадрата — нет. Вершины квадрата — дальше всего от центра. Середины сторон — ближе всего.

77. Если бы люки имели квадратные крышки и соответственно имели форму квадрата, то крышка могла бы провалиться в люк, так как сторона квадрата меньше его диагонали. Круглая же крышка не может провалиться.

78. Колышки надо вбить на расстоянии больше 12 метров. Если взять расстояние, равное 12 метрам, то будет одна точка, до которой могут дотянуться обе козы. Соответствующие круги являются *касающимися.*

79. См. рисунок 74, а, *б, в.* Место, где может пастись коза, в всех случаях закрашено.

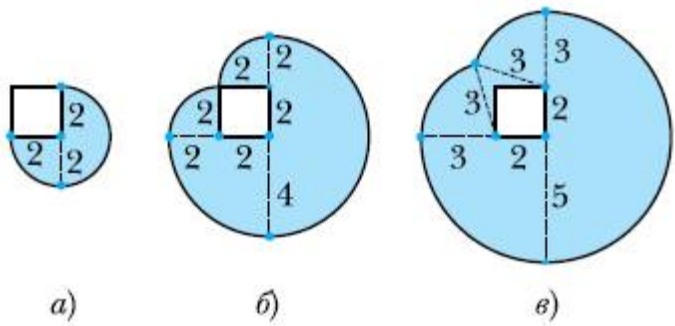


Рис. 74

80. См. рисунок 75, а, *б.* Место, где может пастись коза, в обоих случаях закрашено.

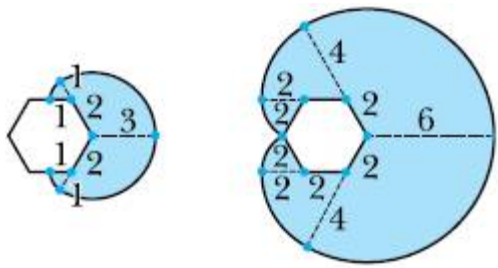


Рис. 75

81. См. рисунок 76.

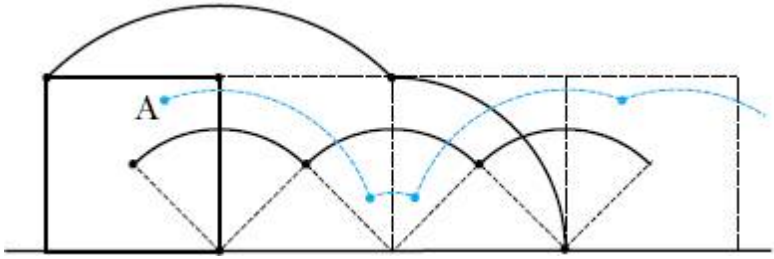


Рис. 76

82. На самом деле хозяин постоялого двора неправильно считает. Оба путника заплатили 26 драхм, из которых 23 драхмы были уплачены за ночлег, а 3 драхмы отданы на строительство школы.

83. Всего было 9 лепешек. Каждый съел по 3. Значит, второй съел 3 своих лепешки, и ему ничего не положено. Все деньги должен получить первый путник, у которого было 5 лепешек.

84. Первая работа выгоднее. За каждые две недели на первой работе работник будет получать на 1 драхму больше, чем на второй. Давай подсчитаем. За первые две недели на первой работе будет выплачена 1 драхма, а на второй — ничего. Считаем за 3-ю и 4-ю недели: на первой работе будет выплачено 2 + 3 = 5 драхм, а на второй — 4 драхмы. За 5-ю и 6-ю недели: на первой работе будет выплачено 4 + 5 = 9 драхм, а на второй — 8 драхм. И так будет продолжаться и дальше.

85. Если мы соединим замок барона и оливковую рощу любой линией на карте, то убедимся, что она пересекает границы владений нечетное число раз. Но идя из замка после первого пересечения границы, мы выходим из владений барона. После второго — опять попадаем в его владения, после третьего — выходим, и так далее. После нечетного пересечения мы выходим из владений, после четного — возвращаемся. Ответ: роща не принадлежит барону.

86. И «день» и «ночь» кончаются мягким знаком.

87. Автор, втора, тавро, отвар, рвота.

88. Она была повариха.

89. Просто подсчитай число букв в каждой фразе.

90. *«Число букв в этой фразе равно тридцати восьми».* Задача решается простым подбором.

91. Зашифровано слово «азбука» и пословица «Терпенье и труд — всё перетрут».

92. См. рисунок 77.

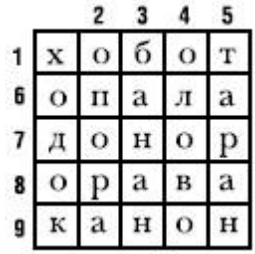


Рис. 77

93. Всего частей 2 + 3 + 4 = 9. Одна часть 2340 : 9 = 260. Первый брат должен получить 2 • 260 = 520 драхм, второй — 3 • 260 = 780 драхм и последний — 4 • 260 = 1040 драхм.

94. Всего частей 8. Одна часть 72 : 8 = 9 километров. В первый день туристы прошли 3 • 9 = 27 километров, а во второй — 5 • 9 = 45 километров.

95. Пусть путь, пройденный туристами в первый день, составляет 3 части, а во второй — 7 частей. Во второй день туристы прошли на 4 части больше. Одна часть 24 : 4 = 6 километров. В первый день туристы прошли 18 километров, а во второй — 42 километра.

98. Не позднее чем на седьмом шаге должно появиться число 6174, которое затем будет повторяться (7641 — 1467 = 6174). Именно это число и было написано на обратной стороне бумаги.

99. Здесь нет задачи. Это очень полезное и интересное упражнение. Советуем его делать регулярно.

100. Надо распилить третье звено с конца цепочки. Получим два куска цепочки из двух и четырех звеньев и одно распиленное. Смотри решение в таблице.

День	Отдал	Сдача	На руках	
			у гостя	у хозяина
1		–		
2				
3		–		
4				

Дальше можно не объяснять.

101. За каждые сутки улитка поднимается ровно на 1 метр. Через 7 суток она поднимется на 7 метров. Затем в течение следующего дня она поднимется на 3 метра и достигнет вершины. Ответ: 7 суток и 1 день.

102. В момент выхода каравана в караван-сарай прибывают верблюды, вышедшие с другого конца 7 суток назад. Все остальные ранее вышедшие караваны еще в пути. И все они будут встречены по дороге. Также встречены будут караваны, вышедшие в путь, пока наш находится в пути, а также тот, который вышел одновременно с нашим прибытием. Всего встречных караванов $1 + 6 + 6 + 1 = 14$.

103. На 6 частей. См. рисунок 78.

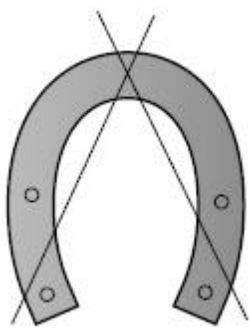


Рис. 78

104. Можно, например, вырезать круг из данного круга, как на рисунке 79, и перевернуть его. А можно совсем просто:

вырезать в центре круга круглое отверстие нужного радиуса и закрыть вырезанным кругом имеющееся отверстие.

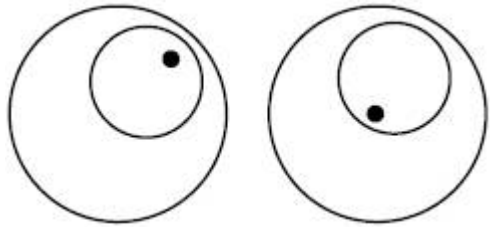


Рис. 79

105. Если мы сложим числа 173 и 192, то получим общее число конечностей (конечности — это хвосты и головы драконов). Но у каждого дракона 5 конечностей. Таким образом, 173 + 192 = 365 есть упятеренное число драконов. А всего драконов 365 : 5 = 73. Далее действуем, как в задаче 97. Если бы у каждого дракона было по две головы, то число голов у 73 драконов было бы 146. А у них 173. Значит, 173 — 146 = 27 — это оставшиеся головы трехголовых драконов. Получаем, что трехголовых драконов 27, а двухголовых — 46.

106. Самое простое в этой задаче — проделать опыт. Положить на стол 40 палочек (или спичек). Занумеровать их. И начинать отсчитывать: 1, 2, 3, 1, 2, 3…., всякий раз убирая палочку, на которую выпал счет 3. Если ты все правильно сделаешь, то должны остаться палочки под номерами 13 (предпоследняя) и 28 (последняя).

107. Пусть лиса сделает 3 • 7 = 21 прыжок. Так как пока лиса делает 7 прыжков, волк делает 4 прыжка, то волк за это время сделает 3 • 4 = 12 прыжков. Но 3 прыжка волка равны 5 прыжкам лисы. Значит, 12 волчьих прыжков — это 5 • 4 = 20 лисьих. Получается, что, пока лиса пробежит путь, равный 21 своему прыжку, волк пробежит путь длиной в 20 лисьих прыжков. Значит, лиса бежит быстрее.

108. На листе было написано 3. Ведь 5 — 3 + 1 = 3. А задуманное число уничтожается, когда мы его вычитаем.

109. Если бы мы не прибавляли 3, а только умножили число на 5, а затем на 2, то результат был таким же, как если бы мы исходное число сразу умножили на 10. А умножение на 10 выполняется простым приписыванием справа 0 (нуля). Но мы после умножения на 5 прибавили 3 и лишь потом умножили на 2. Значит, после первых трех операций мы приписали к нашему числу цифру 6. Затем прибавили 5. Последней цифрой будет 1, то есть на бумажке была написана единица.

110. Через 60 часов в Квашино будет полночь. И солнце светить не может.

111. *Перед началом* любого матча счет 0:0.

112. Вполне возможно, что карман, куда дедушка опустил карточки, был с хитростью. Например, имел потайное отделение, куда и соскользнули карточки. Из другого кармана дедушка вынул другую стопку карточек. На всех была одна и та же цифра 7.

114. Решение понятно из рисунка 80.

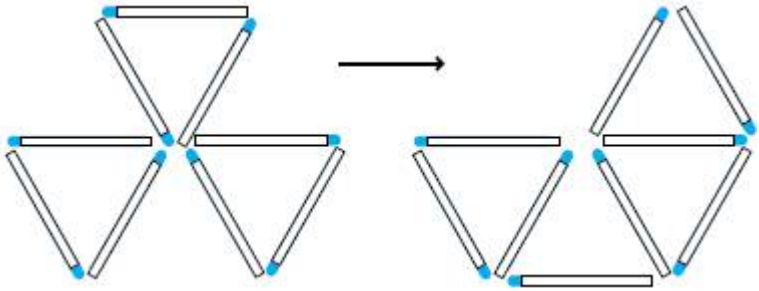


Рис. 80

116. Решение понятно из рисунка 81.

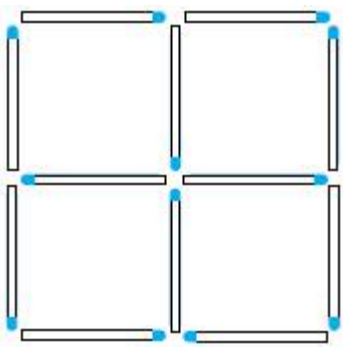
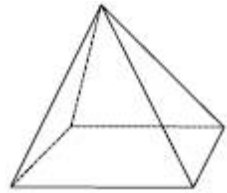


Рис. 81

118. См. рисунок 82.



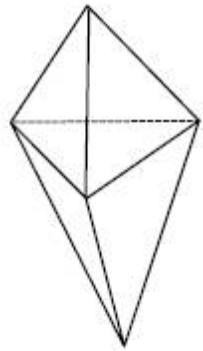


Рис. 82

119. См. рисунок 83.

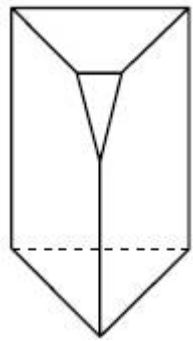


Рис. 83

120. Первые два.

121. Из фигур 3 и 5 на рисунке 34 нельзя сложить поверхность куба.

124. б) Например, так (рис. 84).

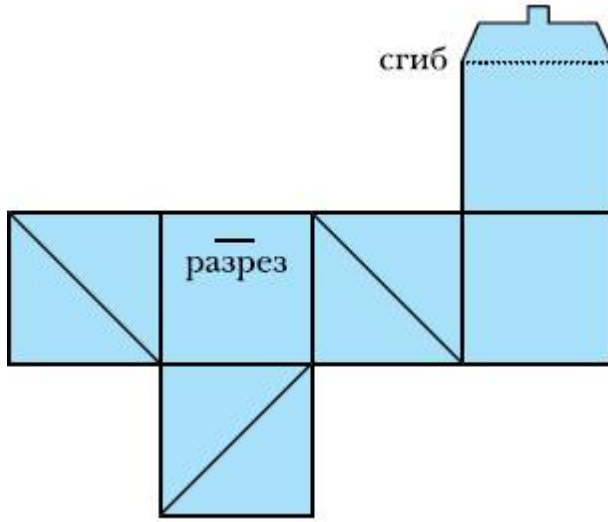


Рис. 84

125. За 1 минуту машина проезжает 1500 метров или 1 километр 500 метров. За 1 секунду она проезжает 25 метров.

126. …60 километрам в час.

127. Объяснение дано в тексте. Внимательно его изучи.

129. а) На рисунке 41 *А* находится на расстоянии 15 метров от перекрестка. Но 15 = 3 • 5. Когда *А* пройдет 15 метров, *Б* пройдет 3 • 7 = 21 метр. Значит, первым пересечет перекресток *Б*. б) Здесь у *А* расстояние до перекрестка 4 • 5 = 20 метров, а *Б* находится на расстоянии 4 • 7 = 28 метров. В этом случае пешеходы одновременно приходят на перекресток. в) Чтобы дойти до перекрестка, *Б* должен пройти 13 • 7 = 91 метр. За это время *А* пройдет 13 • 5 = 65 метров. *А* пересечет перекресток позднее. г) Когда *А* пройдет 35 метров (7 • 5), *Б* пройдет 7 • 7 = 49 метров. *А* осталось еще 3 метра, а *Б* — 5 метров. Вопрос, кто пройдет эти пути быстрее? Увеличим каждый путь в 5 раз. Получим 15 метров и 25 метров. Но когда *А* пройдет 15 метров (3 • 5), *Б* пройдет 21 метр (3 • 7). Значит, в этом случае первым пересекает перекресток *А*.

130. 1) Скорость *Б* на 1 метр в минуту больше скорости *В*. Вначале *В* опережает *Б* на 2 метра. Значит, *Б* догонит *В* через 2 минуты. 2) Скорость сближения *А* и *Г* составляет 11 метров в минуту. Они ползут навстречу и начальное расстояние равно 19 метрам. Понятно, что они встретятся раньше чем через 2 минуты. А именно через 2 минуты *Б* догонит *В*. 3) В пересечет перекресток раньше *Б*. Ведь *Б* догонит *В* через 2 минуты, когда та уже преодолеет перекресток. Найдем, за какое время каждая из черепах преодолевает 1 метр, и через какое время после начала движения она доползет до перекрестка. Черепаха *А* за 1 минуту,

или за 60 секунд, проползает 5 метров. Значит, 1 метр она проползет за 12 секунд. У перекрестка она будет через $9 \cdot 12 = 108$ секунд. Черепаха *В* 1 метр преодолевает за 20 секунд и у перекрестка будет через $5 \cdot 20 = 100$ секунд. Черепаха *Г* 1 метр проползает за 10 секунд, и у перекрестка она будет через 100 секунд. Таким образом, первыми одновременно до перекрестка доберутся черепахи *В* и *Г*.

132. Поскольку на рисунке не видны входные двери, а эти двери находятся с правой стороны автобуса, а также потому, что движение у нас правостороннее, этот автобус едет в Москву.

133. Если ничего не делать, то на следующий день пруд зарастет полностью. Значит, на расчистку пруда остается всего 1 день.

137. Одна тетрадь или один карандаш должны стоить целое число копеек. При покупке четного числа тетрадей каждого вида и четного числа карандашей общая стоимость покупки должна быть четной (в копейках). Но сумма в несколько рублей и 37 копеек является нечетной. Так быть не может.

138. Нет. Ему не удастся это сделать. Ведь сумма всех данных чисел является числом нечетным, поскольку среди них ровно три нечетных. (Сумма трех нечетных — число нечетное ($1 + 3 + 7 = 11$). Все остальные числа являются четными.) А нечетное число нельзя представить в виде суммы двух одинаковых слагаемых.

140. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

141. Ответ: $11 = 1 + 2 + 8$, $31 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16$, $65 = 1 + 64$, $156 = 4 + 8 + 16 + 128$, $649 = 1 + 2 + 8 + 128 + 512$.

142. $117 = 5 \cdot 23 + 2$ (неполное частное 23, остаток 2), $231 = 29 \cdot 7 + 28$ (неполное частное 7, остаток 28), $288 = 143 \cdot 2 + 2$ (неполное частное 2, остаток 2).

143. $288 = 2 \cdot 144 = 2 \cdot 2 \cdot 72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 36 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 18 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$, $343 = 7 \cdot 7 \cdot 7$, $275 = 5 \cdot 5 \cdot 11$, $1024 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ (10 двоек), $899 = 29 \cdot 31$ (можно воспользоваться формулой, о которой было рассказано в задаче 29: $899 = 30 \cdot 30 — 1 = (30 — 1) \cdot (30 + 1) = 29 \cdot 31$).

144. $38 = 31 + 7 = 19 + 19$, $96 = 89 + 7 = 83 + 13 = 79 + 17 = 73 + 23 = 67 + 29 = 59 + 37 = 53 + 43$, $118 = 107 + 11 = \ldots$ (остальные варианты найди самостоятельно), $128 = 109 + 19 = \ldots$ (остальные варианты найди самостоятельно).

145. Это числа 28 и $16 \cdot 31 = 496$. То, что первое число является совершенным, проверить легко. Займемся вторым числом. Его делителями являются 1, 2, 4, 8, 16, 31, $31 \cdot 2 = 62$, $31 \cdot 4 = 124$, $31 \cdot 8 = 248$. Получаем $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 +$

62 + 124 + 248 = 496.

146. 3 — 2 • 1 = 1,
3 + 1 — 2 = 2,
3 (2 — 1) = 3,
3 + 2 — 1 = 4,
3 + 2 • 1 = 5,
3 + 2 + 1 = 6,
3 • 2 + 1 = 7,
(3 + 1) • 2 = 8,
3 • (2 + 1) = 9.

147. Укажем только неверные с исправлением. 3) (48 + 32) : 16 = 5, 5) 5 + ((18 — 8) : 2) = 10, 6) (26 — 6) : (62 — 60) = 10, 8) (68 — 8) 2 — 4 = 116, 9) (36 : (4 + 5)) • 3 = 12, 11) 48 — ((8 — 6) : 2) = 47, 12) ((25 — 5) • 4) : 10 = 8.

148. 142 857 • 2 = 285 714, 142 857 • 3 = 428 571, 142 857 • 4 = 571 428, 142 857 • 5 = 714 285, 142 857 • 6 = 857 142, 142 857 • 7 = 999 999. 142 857 = 3 • 3 • 3 • 11 • 13 • 37. При разложении на множители числа 142 857 можно воспользоваться последним равенством. 142 857 • 7 = 999 999 = 3 • 3 • 111 111 = 3 • 3 • 3 • 37 037 = 3 • 3 • 3 • 37 • 1001 = 3 • 3 • 3 • 37 • 11 • 91 = 3 • 3 • 3 • 37 • 11 • 13 • 7. Значит, 142 857 • 7 = 3 • 3 • 3 • 37 • 11 • 13 • 7, а 142 857 = 3 • 3 • 3 • 37 • 11 • 13.

149. Можно воспользоваться способом деления «уголком». В конце получим число 33, к которому надо приписать справа какую-то цифру, чтобы получилось число, которое делится на 37. Так как 111 делится на 37, то и 333 делится на 37. Приписать надо цифру 3.

150. а) Самым меньшим будет число 111 111. Можно также делить «уголком» число, состоящее из одних единиц, и найти первое, которое разделится на 7. б) Самым меньшим будет число, состоящее из 16 (!) единиц. Найти его можно так же: деля число из единиц на 17 «уголком». Конечно, при этом надо суметь не ошибиться.

151. Наименьшим будет число 333 333 331 (8 троек). Самое интересное, что все числа с меньшим числом троек не только не делятся на 17, но и являются простыми.

152. Из решения задачи 150 мы можем получить, что на 7 делятся числа из одних единиц, если количество единиц кратно 6. Точно так же, на 17 делятся числа, у которых количество единиц кратно 16. Значит, число из 48 единиц делится и на 7, и на 17.

153. Возьмем один шарик и будем последовательно прикладывать к нему «уголки» из 3, 5, 7 и так далее шариков, как на рисунке. Будем последовательно получать квадраты со

сторонами по 2, 3, 4 и так далее шариков. В первой задаче нам достаточно добраться до большого квадрата со стороной 7. Здесь последним будет «уголок» из 13 квадратиков. Во второй — мы составляем квадрат со стороной 50, последним будет «уголок» из 99 шариков.

154. Можно «честно» найти каждое из произведений и убедиться, что они равны и их разность равна 0. Можно поступить хитрее. Поскольку $7373 = 73 \cdot 101$, а $9191 = 91 \cdot 101$, каждое из произведений равно произведению трех сомножителей: 73, 91 и 101. Значит, они равны. Выпишем ответы к остальным заданиям: $666\,667 \cdot 666\,667 = 444\,444\,888\,889$; $6\,666\,667 \cdot 6\,666\,667 = 44\,444\,448\,888\,889$; $1\,010\,111\,110\,101 : 9091 = 111\,111\,111$; $101\,011\,111\,110\,101 : 9091 = 11\,111\,111\,111$; $1\,100\,111\,110011 : 9901 = 111\,111\,111$; $110011\,111\,110011 : 9901 = 11\,111\,111\,111$.

155. Деля «уголком», получим, что, приписав справа 1 или 8, получим число, которое делится на 7. То есть в первом пункте два ответа: 200 120 011 и 200 120 018. Во втором пункте так же можно пользоваться способом деления «уголком». Мы же поступим иначе. Разделим число 2 001 200 100 на $56 = 7 \cdot 8$ с остатком. Получим $2\,001\,200\,100 = 56\,35\,735\,716 + 4$. Впрочем, чему равно неполное частное (это число 35 735 716), не важно. Если мы прибавим к правой части 52, то правая часть будет делиться на 56. Здесь одно решение 2 001 200 152. В третьем случае надо делить (с остатком) число 20 012 001 000 на $7 \cdot 8 \cdot 9 = 504$. Здесь остаток равен 96. Поэтому если мы прибавим к нашему числу $504 — 96 = 408$ или $408 + 504 = 912$, то получим число, которое делится на 7, 8 и 9. Снова два ответа: 20 012 001 408 и 20 012 001 912.

156. 1 километр = 1 000 000 миллиметрам.

157. 1 квадратный метр = 10 000 квадратных сантиметров. 1 кубический метр = 1000 литрам.

158. Площадь поверхности можно измерить в килограммах краски, необходимой, чтобы покрасить эту поверхность.

159. Можно измерить, например, стопку из 100 листов и поделить полученное число на 100.

160. Можно поступить, например, следующим образом. Пометим какой-то участок на поверхности мяча мелом. Затем подкатим мяч к стене так, чтобы он коснулся стенки помеченной мелом частью. На стене получим отметку, находящуюся от пола на расстоянии, равном радиусу мяча.

161. Если у вас есть бочка и камень вмещается в бочку, то можно поступить так. Наполним бочку до краев водой и погрузим в нее камень. Часть воды выльется. Достанем камень и начнем доливать воду в бочку, например, при помощи бутылок, объем

которых известен. Долив бочку доверху, мы узнаем объем камня.

162. У левого периметр меньше. Стороны каждого многоугольника равны либо стороне маленького квадрата, либо его диагонали. У правого 30 сторон первого вида и 9 — второго. У левого соответственно 30 и 7.

163. При решении этой задачи (вернее, этих задач) мы будем также пользоваться половинами квадратных единиц. Например, площадь самого маленького треугольника на рисунке 84 равна половине квадратной единицы, так как диагональ квадрата делит его на два равных треугольника. Площадь второго треугольника на том же рисунке равна 1 квадратной единице, так как он является половиной от прямоугольника из двух единичных квадратов. Точно так же получаем, что площадь третьего треугольника составляет половину от трех квадратных единиц или 1 с половиной квадратной единицы (или полторы квадратных единицы), площадь четвертого треугольника равна 3 квадратным единицам. Таким же образом можно находить площади других треугольников. Кроме того, мы будем пользоваться тем, что площади равных диагональ квадрата делит его на два равных треугольника. Площадь второго треугольника на том же рисунке равна 1 квадратной единице, так как он является половиной от прямоугольника из двух единичных квадратов. Точно так же получаем, что площадь третьего треугольника составляет половину от трех квадратных единиц или 1 с половиной квадратной единицы (или полторы квадратных единицы), площадь четвертого треугольника равна 3 квадратным единицам. Таким же образом можно находить площади других треугольников. Кроме того, мы будем пользоваться тем, что площади равных фигур равны. И если мы прибавим к фигуре полукруг и вырежем его в другом месте, то площадь не изменится. Выпишем ответы (в заданных квадратных единицах): 1) 16, 2) 37, 3) 20, 4) 24, 5) 13 с половиной, 6) 28 с половиной, 7) 18, 8) 16, 9) 16, 10) 20, 11) 30, 12) 13, 13) 20, 14) 15, 15) 16, 16) 7 с половиной, 17) 12, 18) 15.

Рис. 85

164. Ответы (в треугольных единицах): 1) 4, 2) 5, 3) 5, 4) 5, 5) 8, 6) 14, 7) 10, 8) 32, 9) 6, 10) 6, 11) 9, 12) 5, 13) 6, 14) 23, 15) 18. Ответы (в шестиугольных единицах): 9) 1; 10) 1; 11) 1 с половиной; 13) 1; 15)3.

165. См. рисунок 86.

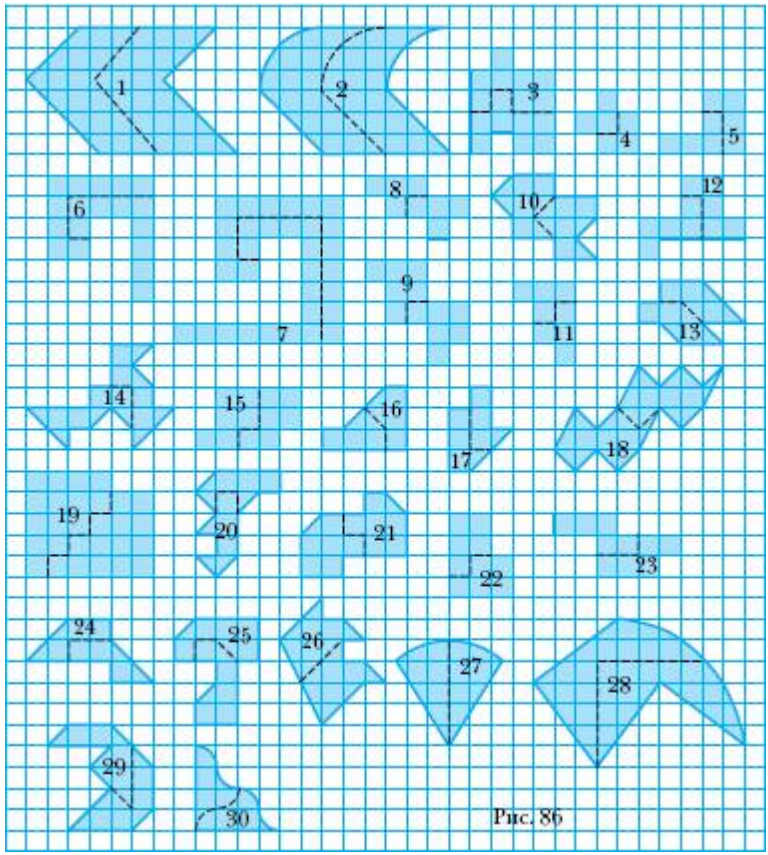


Рис. 86

169. Конечно, 50.

178. Поскольку корабль поднимался вместе с водой, при возвращении пиратам пришлось подниматься на столько же ступенек, сколько и при спуске, то есть на 13 ступенек или же 26 футов.

189. Решение понятно из рисунка 87. Сначала делаем вырез, как на рисунке слева, и отгибаем кусок. Затем переворачиваем правую часть на другую сторону. Получаем фигуру, как на рисунке 87 справа. Затем делаем нужные сгибы и получаем фигуру, которую дедушка показал ребятам.

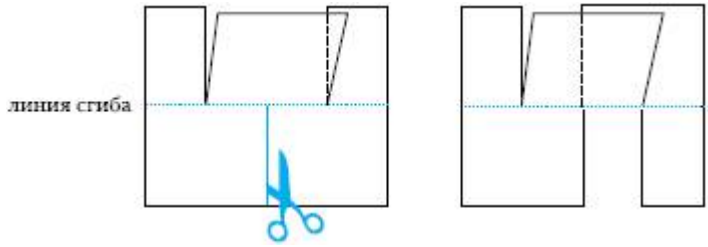


Рис. 87

190. Если за 3 секунды звук преодолевает 1 километр, то за минуту звук преодолеет 20 километров. Значит, его скорость (примерно) 20 километров в минуту или 1200 километров в час.

192. Скорее, все же не обошел.

193. Через полгода будет зима, и озеро замерзнет. И по льду, не замочив ног, вполне можно дойти до его середины.

194. Они должны оказаться по разные стороны.

195. Просто эти два путника подошли к речке с разных сторон, переправились по очереди и пошли дальше.

196. В конце у Феди должно оказаться $3 + 9 — 2 = 10$ белых грибов. Следовательно, у всех будет по 10 грибов. Перед тем как Федя начал раздавать грибы, у него было 12 грибов, а у дедушки и Моцарта по 9 белых грибов. Значит, перед тем как Моцарт начал раздавать грибы, у него было $9 + 2 \cdot 9 = 27$ белых грибов, у дедушки $9 — 9 = 0$ грибов, а у Феди $12 — 9 = 3$ гриба. А вначале у дедушки было 6 белых грибов, у Моцарта — 24, а у Феди, как и было сказано, 0 грибов.

198. Решение понятно из рисунка 88, на котором нарисовано, что получится после нужного разрезания заданной фигуры на две части и составления из этих частей прямоугольника. Видно место, куда попадет отмеченный квадрат.

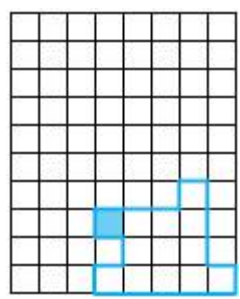


Рис. 88

201. Одно из возможных решений понятно из рисунка 89, на котором изображен вид сверху. Линии — следы разрезов. Один кусок — центральный — напоминает призму. У него две корки. По-видимому, этот кусок и является лучшим, и его отдали маме.

Рис. 89

Ответы и решения к дополнительным заданиям

1. а) 2000; б) 7; в) 0.

2. а) Надо наполнить из бочки 5-литровый ковш, затем отлить из него квас в 3-литровый ковш, пока тот не наполнится до краев. Тогда в большом ковше останется ровно 2 литра.

б) Сначала сделаем то же, что в пункте а). Затем выльем весь квас из маленького ковша обратно в бочку, а 2 литра из большого ковша перельем в маленький. Итак, большой ковш пуст, а в маленьком 2 литра. Наполним теперь из бочки 5-литровый ковш и отольем из него квас в 3-литровый, пока тот не наполнится. 2 литра в маленьком уже есть, значит, мы отлили

I литр, поэтому в большом ковше останется 4 литра. Вновь выльем весь квас из 3-литрового ковша и наполним его из 5-литрового ковша. Тогда в большом ковше останется 4 — 3 = 1 литр.

3. Наполняем ведро, потом дважды сливаем 5 литров в ковш и выливаем из ковша обратно в бочку. Оставшиеся 2 литра переливаем в ковш. Вновь наполняем ведро из бочки. Отливаем квас из ведра в ковш, пока тот не наполнится. Отлили таким образом 3 литра. В ведре осталось 9. Выливаем из ковша весь квас и наполняем его из ведра. В ведре остается 4 литра. Выливаем их в ковш (предварительно вылив из ковша квас). Теперь ведро пустое, а в ковше 4 литра. Наполняем ведро квасом и выливаем из него 1 литр в ковш. В ведре теперь 11 литров. Дважды сливая в ковш по 5 литров, получим ровно 1 литр.

4. Нельзя. Объемы обоих ковшей — числа четные, то есть делятся на 2. Поэтому, как ни переливай квас, мы всегда будем получать четное число литров.

5. 2 сестры и 2 брата.

6. 4 брата и 3 сестры.

7. У Поликарпа 3 сестры, которые работают малярами.

8. Это бабушка, мама и дочка.

9. Это я сам.

10. Начнем с последней строчки. Сын моего отца — это я. Значит, я — сын того, кто на портрете. Значит, на портрете нарисован мой отец.

11. За 12 дней они вместе съедают 3 + 1 = 4 охапки сена. Значит, одну охапку они съедят за 12 : 4 = 3 дня.

12. За 2 часа (120 минут) первый покрасил бы 2 забора, второй — 3 забора. Итак, 5 заборов за 120 минут. На один забор

они потратят 24 минуты.

13. 60 килограммов картошки у первой крестьянки стоили бы $70 \cdot 5 = 350$ рублей, а у второй — $30 \cdot 12 = 360$ рублей. Значит, у второй крестьянки дороже.

14. Возьмем промежуток времени в 7 месяцев, или в 31 неделю. За это время профессор прочтет $13 \cdot 7 = 91$ лекцию, а ассистент $3 \cdot 31 = 93$ лекции. Значит, ассистент читает больше лекций.

15. 20 судаков. (Если, конечно, все дни клев одинаковый.)

16. а) MMM = 3000, III = 3. Для четырех цифр MMMD = 3500, VIII = 8. б) VII + III = X. Есть и другие примеры.

17. а) IX — IV + XXVII = XXXII;

б) C — LXII + XLI — XXXIV = XLV

18. а) $1 + 2 + 3 + \ldots + 39 + 40 = (1 + 40) + (2 + 39) + \ldots + (20 + 21) = 41 \cdot 20 = 820$;

$1 + 11 + 21 + 31 + \ldots + 81 + 91 = 92 \cdot 5 = 460$.

б) В первом ряду 1 шар, во втором 2 шара и т. д., в пятидесятом ряду 50 шаров. Следовательно, всего шаров $1 + 2 + \ldots + 49 + 50 = 51 \cdot 25 = 1275$.

19. 51 больше 1 на 50, 52 больше 2 на 50 и т. д., 100 больше 50 на 50. Итак, каждое число суммы $51 + \ldots + 100$ больше соответствующего числа суммы $1 + \ldots + 50$ на 50. Всего чисел 50, значит, вторая сумма больше первой на $50 \cdot 50 = 2500$.

20. $10 + 11 + 12 + \ldots + 23 = (10 + 23) + (11 + 22) + \ldots + (16 + 17) = 33 \cdot 7 = 231$. Итак, крестьянин заработает 2 рубля 31 копейку, и ему хватит на новую лошадь.

21. Велосипедисты сближаются со скоростью $15 + 10 = 25$ километров в час, значит, они встретятся через 1 час после выезда. Муха же весь этот час летала со скоростью 30 километров в час, значит, она пролетит 30 километров.

22. Может. Например, если брату 10 дней, а сестре 2000 дней, то есть 5 лет и 174 дня.

23. Через три года Ваня будет на 6 лет старше, чем был три года назад. С другой стороны, он будет вдвое старше. Значит, три года назад Ване было 6 лет, а сейчас — 9.

24. Сыну 12 лет, папе 36.

25. Будильник, конечно, не отличает утро от вечера. Когда он утром звонит, мы его отключаем, а потом включаем только перед сном. Поэтому он и не звонит в 7 часов вечера.

26. Каждый час минутная стрелка находится между цифрами 1 и 2 в течение пяти минут, следовательно, за сутки $5 \cdot 24 = 120$ минут, или 2 часа.

27. а) $1003 + 998 = 1000 + 3 + 1000 - 2 > 1000 + 1000 = 2000$;

б) $296 + 450 < 295 + 460$;

в) $32 \cdot 34 = (33 — 1) \cdot (33 + 1) = 33 \cdot 33 — 1 < 33 \cdot 33$;

г) $101 \cdot 99 = (100 + 1) \cdot (100 — 1) = 100 \cdot 100 — 1$, $102 \cdot 98 = (100 + 2) \cdot (100 — 2) = 100 \cdot 100 — 4$, следовательно, $101 \cdot 99 > 102 \cdot 98$.

28. Перемножить 20 троек — это то же, что перемножить 10 девяток. Произведение 30 двоек — это то же, что произведение 10 восьмерок. Ясно, что произведение 10 девяток больше, чем произведение 10 восьмерок.

29. Буква «к».

30. *Длинношеее* (животное под названием *жираф)* или *змеед.*

31. *Мясо, просо.* Третье слово автору так и не удалось вспомнить, хотя он точно знает, что оно есть.

32. *«Хотеться есть продолжает увеличиваться».*

33. Во времена моего детства эта фраза звучала так: «Пионер, комсомолец, школьник, твори, выдумывай, пробуй!» Читатель сможет легко «осовременить» ее, заменив слова «пионер» и «комсомолец» на другие.

34. Позавчера, вчера, сегодня, завтра, послезавтра.

35. а) «Начало лета».

б) «Без двадцати осень».

36. а) 20 и 40;

б) 24 и 36;

в) 50 и 10;

г) 35 и 25.

37. 2 часа, то есть 120 минут, надо разделить в отношении 1:2. Получаем 40 и 80. Итак, туда я еду 40 минут, обратно — 80 минут, то есть 1 час 20 минут.

38. Пути, пройденные за 3 дня, относятся как 4:2:1. Всего получаем $4 + 2 + 1 = 7$ частей. Так как весь путь 35 километров, то одна часть равна 5 километрам. Значит, в первый день мы прошли $5 \cdot 4 = 20$ километров, во второй — $5 \cdot 2 = 10$ километров, и в третий 5 километров.

39. Поскольку Федя пробежал в четыре раза меньше Коли, его отставание от Коли в три раза больше, чем он пробежал. Отставание равно 6 километрам, значит, он пробежал 2 километра. Коля же пробежал $2 + 6 = 8$ километров. С момента старта прошло полчаса. Следовательно, Коля пробежал 8 километров за полчаса. Его скорость, таким образом, равна 16 километрам в час.

40. За сутки камень поднимается на 50 метров. Поэтому после 18 суток камень окажется на высоте 900 метров. После этого Сизиф поднимает его на 100 метров, и камень оказывается на вершине горы. Ответ: 18 суток и день.

41. С начала рабочего дня и до начала следующего рабочего дня сумма денег у Полтинникова увеличивается на 350 рублей (зарабатывает 500 рублей, жена тратит 150, 500 — 150 = 350). Поэтому через 20 дней у него будет 7000 рублей (350 • 20). На следующий день (последний день третьей недели) он идет на работу, зарабатывает 500 рублей и может покупать шубу. Итак, ровно через три недели Иван сможет купить жене шубу. Правда, утром жена не сможет сходить в магазин, так как денег у них не останется.

42. Шут сказал: «Меня повесят».

Теперь королева не сможет ни повесить шута, ни утопить. Если шута повесят, то получается, что он сказал правду. Значит, его должны были утопить, а не повесить. Если же его утопят, то он сказал неправду. И его за это должны были повесить, а не утопить. В обоих случаях получится, что королева не сдержала слова. Поскольку королевы всегда держат свое слово, ей остается только одно — помиловать шута.

43. Да, рядовой Сидоров прав, приказ выполнить невозможно. Должен ли рядовой Сидоров брить самого себя? Если он побреет себя, то получится, что он побрил того, кто бреется сам. То есть Сидоров нарушит приказ. А если он не побреет себя? Тогда Сидоров относится к тем, кто не бреется сам. Значит, Сидоров, согласно приказу, должен был его (то есть себя) побрить, а он не побрил. Опять нарушил приказ.

Эта задача, в более научной формулировке, широко известна в математике и получила название *парадокс Рассела.* Она относится к целому циклу подобных задач — *логических парадоксов.* Слово *парадокс* означает противоречие. Логические парадоксы показывают, что математические задачи важно правильно и грамотно формулировать. Иначе задача может вовсе не иметь решения. Предыдущая задача (про королеву и шута) также является примером логического парадокса. Попробуй сам придумать какой-нибудь логический парадокс.

44. На суде Джон не глядя вытянул одну из бумажек, сказал: «Я выбираю эту!» — и, не разворачивая, тут же положил ее в рот и съел. Судьи были озадачены: как же теперь доказать, что Джон вытянул бумажку с крестом? Им оставалось только одно: вытащить и развернуть вторую бумажку. Она, естественно, была с крестом. «Значит, — сказал Джон судьям, — моя бумажка была без креста!» Судьи вынуждены были согласиться с ним (не могли же они признаться, что подменили бумажки!) и объявили помилование Джону.

45. За 10 секунд рекордсмен пробегает 100 метров, значит, за час (3600 секунд) с такой скоростью он пробежал бы 100 • 360 =

36 000 метров, или 36 километров. Ответ: 36 километров в час.

46. Туда машина едет 2 часа, обратно — 3 часа. Всего она проехала 240 километров. Значит, средняя скорость на всем пути равна 240 : 5 = 48 километров в час.

На первый взгляд, неожиданный ответ, не правда ли? Если машина едет туда со скоростью 60 километров в час, а обратно — 40 километров в час, то почему средняя скорость не 50? Ведь (60 + 40) : 2 = 50. Дело в том, что со скоростью 40 километров в час машина ехала 3 часа, а со скоростью 60 — только 2 часа. То есть медленно она ехала дольше, чем быстро. Поэтому средняя скорость меньше 50. Более того, ответ не зависит от расстояния между деревней и поселком.

47. Если я прохожу 3 километра за полчаса, а профессор Чижиков за час, то моя скорость 6 километров в час, Чижикова — 3 километра в час. Сближаемся мы со скоростью 6 + 3 = 9 километров в час. Значит, 3 километра мы пройдем за 20 минут. Итак, встретимся мы в 10 часов 20 минут. Чижиков за это время пройдет 1 километр. То есть мы встретимся на расстоянии 1 километра от университета.

48. За 15 минут профессор пройдет 750 метров. Затем я выхожу из дома, и мы вместе должны пройти 2250 метров. Так как мы сближаемся со скоростью 9 километров в час, а это в 4 раза больше, чем 2250 метров, то встретимся мы через четверть часа, т. е. через 15 минут после того, как я вышел из дома. Итак, мы встретимся в 10 часов 30 минут. Произойдет это в 1,5 километрах от университета, так как профессор до встречи шел полчаса.

49. а) 9, 37, 101, 203 — простые. 135 делится на 5, 143 = 11 • 13.

б) 22 = 2 • 11, 35 = 5 • 7, 64 = 2 • 2 • 2 • 2 • 2 • 2, 89 — простое число, 221 = 13 • 17, 361 = 19 • 19.

50. 437 = 19 • 23. Оба числа (19 и 23) — простые. Поэтому есть только два способа представить 437 в виде произведения двух натуральных чисел: 19 • 23 и 1 • 437. Второй вариант невозможен (одному из братьев было бы 437 лет!). Значит, ответ: 19 лет и 23 года.

Для второго математика: 1001 = 7 • 11 • 13. Есть и другие варианты (1 • 77 • 13, 1 • 11 • 143 и т. д.), но все они содержат 1, значит, одному из внуков всего 1 год, и он не мог бы ходить в школу. Итак, ответ для второго математика — 7, 11 и 13 лет.

Для третьего: 253 = 11 • 23. А где третье число? Добавим единицу: 253 = 1 • 11 • 23. Есть, правда, еще вариант: 253 = 1 • 1 • 253, но он вряд ли возможен. Значит, сыновьям 11 лет и 23 года, а внуку 1 год.

##51. Возьмем для примера Федино число 147. Смотри: 147 147 = 147 000 + 147 = 147 • 1000 + 147 = 147 (1000 + 1) = 147 • 1001. Точно так же можно поступить с любым другим трехзначным числом. Итак: приписать к трехзначному числу справа такое же число — это все равно что умножить это число на 1001. Значит, все полученные шестизначные числа будут делиться на 1001, а число 1001 можно представить так: 1001 = 7 • 11 • 13.

52. Повтори таблицу умножения на 9:

9 • 2 = 18;
9 • 3 = 27;
9 • 4 = 36;
9 • 5 = 45;
9 • 6 = 54;
9 • 7 = 63;
9 • 8 = 72;
9 • 9 = 81.

Обрати внимание, что первая цифра в произведении каждый раз увеличивается на 1, а вторая, напротив — уменьшается на 1. Первое произведение 18, потом 27 (первая цифра стала на 1 больше, вторая — на 1 меньше), потом 36 (снова первая цифра возросла на 1, вторая уменьшилась) и т. д. Ничего удивительного в этом нет. Каждый раз мы к очередному числу (18, 27, 36,) прибавляем 9. А прибавить 9 — это все равно что прибавить 10 и вычесть 1. Прибавляя 10, мы увеличиваем первую цифру, а вычитая 1, уменьшаем вторую.

Теперь мы уже можем разобраться с умножением на пальцах. Когда мы 9 умножаем на 1, то загибаем первый палец. Слева — ни одного пальца, справа 9. Так что ответ 9, все сходится. Если теперь умножать на 2, то, как мы только что установили, первая цифра возрастет на 1, а вторая на 1 уменьшится. Получится 18. Но ведь если загнуть следующий палец, то будет то же самое: количество пальцев слева возрастет на 1, а справа уменьшится. Значит, и с умножением на 2 все сходится. Теперь от 2 переходим к 3 и так далее до 9.

53. В одном кубическом метре, как мы знаем, миллиард кубических миллиметров. В самом деле: в метре 1000 миллиметров, значит, в кубометре будет 1000 • 1000 • 1000 = 1 миллиард кубических миллиметров. Если теперь поставить их один на другой, то высота получится равной миллиарду миллиметров, или (делим на тысячу) миллиону метров, или (еще на тысячу) 1000 километров. Удивительный ответ, не правда ли? Например, если из одного кубического метра железа сделать проволоку толщиной 1 миллиметр, то эта проволока протянется

на 1000 километров. То есть от Москвы, например, до Хельсинки!

54. Кубический сантиметр золота весит 20 граммов, а кубический дециметр — 20 килограммов.

55. На одного москвича приходится 100 квадратных метров, или квадрат 10 х 10 метров (всего-то!) Попробуй составить и решить такую же задачу для своего города или района. Для этого надо знать (хотя бы приблизительно) население и площадь. Эти данные можешь спросить у родителей или учителя.

56. Одно яблоко надо отдать девочке вместе с корзиной.

57. На самом деле зеркало и правое с левым не меняет. Оно «делает» *симметрию*. К сожалению, объяснить подробнее не хватит места, да и завело бы это нас слишком далеко. Попробуй обсудить этот вопрос с учителем математики.

58. В самолете не может быть никакого стоп-крана.

59. Например, петух.

60. Запасное.

61. Ответ: «Потому что не хочет».

Это самая «дурацкая» задача из всех, известных автору. Хотя, ответ, если вдуматься, совершенно правильный.

62. За 1 час поезда сближаются на 70 + 80 = 150 километров. Поэтому за час до встречи они будут на расстоянии 150 километров друг от друга. Ни расстояние между Москвой и Санкт-Петербургом, ни время отправления поездов здесь просто ни при чем!

63. Чтобы оказаться с той же стороны от железной дороги, откуда он начал свой путь, Саше надо пересечь ее четное число раз. Поскольку 5 — нечетное число, ему еще раз надо перейти железную дорогу.

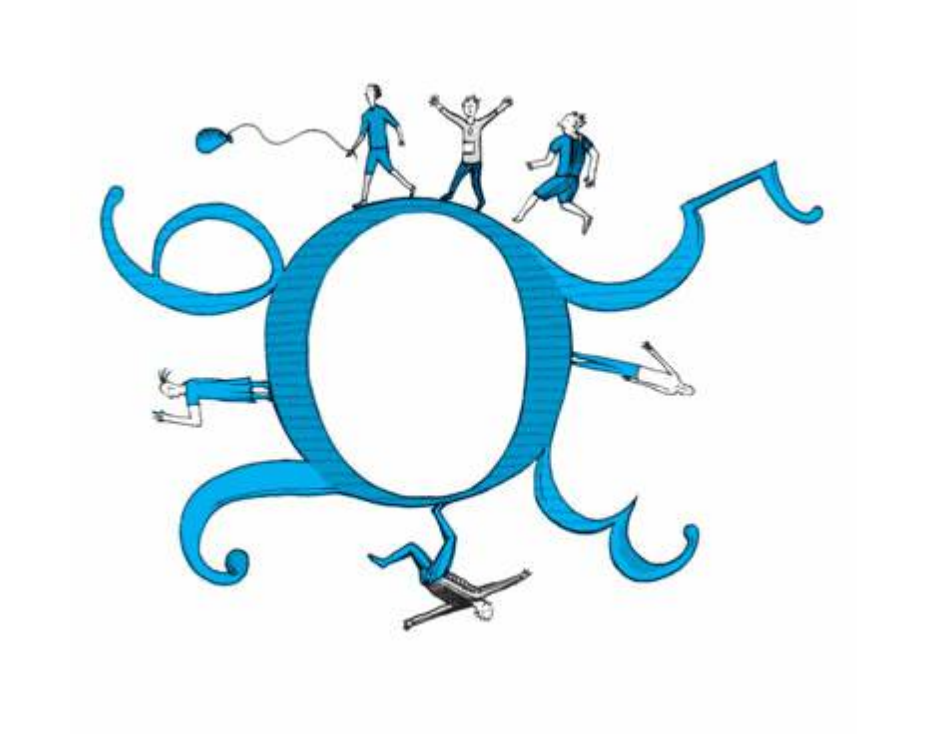
64. По одну сторону, так как оба пересекли железную дорогу четное число раз.

65. Да, кто-то дома обязательно есть, так как дверь хлопала нечетное число раз.

66. Да, застал. Иначе каждый из мальчишек перелезал бы через забор четное число раз (сколько раз туда, столько же и обратно), и общее число «перелезаний» было бы четно. А оно нечетно — 7.

Приложение

Из стихов Гаврилы Привалова (Большинство из этих стихов адресовано совсем маленьким детям, но некоторые могут заинтересовать и Фединых родителей)



Арифметика

Цифры от 1 до 10

Это **один** — важный господин.
Это **два** — большая голова.
А здесь смотри — это **три**:
Две половинки круга
Около друг друга.
Откуда в нашей квартире появилось **четыре?**
Просто кто-то взял стул и его перевернул.
Барабан и палочки, чтобы играть.
Вместе похоже на пять.

А это шесть, как она есть.
Бабушка вязала, кошка играла,
Была шерсть, получилось шесть.
Семь — очень стройная дама.
Почти как мама.
А это не «Во! семь», а именно **восемь**.
Как будто оса или два колеса.
Это **девять**, цифра простая.
Не то головастик, не то запятая.

6 и 9

Цифра **девять**, посудите сами,
Это же шестерка, только вверх ногами.
Если ж взять **шестерку**, это, в свой черед,
Снова цифра девять, но наоборот.

Ноль — цифра и число

Ноль — это колобок, который плохо ел
И поэтому похудел.
Ноль — парень простой,
Но он не пустой.
И хоть единица —
Важная птица,
Но вместе с нолем тотчас
Она станет важнее в десять раз.
Но не только лишь единица.
Если ноль присоединится,
То любое число (Вам понятно?)
Возрастает десятикратно.

Считаем от 1 до 10

Мама права, **Один** и один — это **два**.
Как ни хитри,
Но два плюс один будет **три**.
Во всем мире
Три и один — **четыре**.
Легко понять,
Что четыре и один будет **пять**.

Важная весть —
Пять плюс один будет **шесть**.
Известно всем,
Шесть и один — **семь**.
У кого ни спросим,
Семь и один — **восемь**.
Можешь поверить,
Восемь и один — **девять**.
И если все взвесить,
Девять и один — **десять**.
Раз, два, три, четыре, пять —
Научились мы считать.
Шесть, семь, восемь, девять, десять —
Теперь можно куролесить.

А дальше… Натуральные числа

Один да один. идут числа подряд,
Все дальше и дальше уходит их ряд. Огромные числа у нас получаются,
Они никогда и нигде не кончаются.
И очень их любят все дети нормальные.
А все потому, что они натуральные.

Второй десяток

Ну а после десяти Счет легко будет идти:
Начинаешь все сначала,
И во что бы то ни стало
Можем мы тебе признаться,
Добавляй повсюду «-надцать».
Один-надцать, две-надцать,
Три-надцать, четыр-надцать.
Дальше, если ты упрям,
Сосчитать сумеешь сам.
Начал Федя зазнаваться,
Узнал цифру «девятнадцать».
Тебя, Федя, занесло.
Девятнадцать ведь число!
И число двузначное,
Скажу однозначно я.

20 и 30

Ну а два десятка, братцы,
Заменяем словом **двадцать**.
Дальше трудно ошибиться,
Три десятка — это **тридцать**.

20 и 21

К рассказу о числах добавим мы кратко,
Что **двадцать** — конец второго десятка,
А далее, не нарушая порядок,
Двадцать один начнет третий десяток.

40

Теперь возникает странное слово,
Древней истории нашей осколок,
Четыре десятка, хоть слово не ново,
Напомним, имеют название **сорок**.

От 50 до 80

Все в России говорят
Пять десятков — пятьдесят.
Ну, а, дал ее подряд;
Шесть-, семь-, восемь- все — **десят.**

90

Девять десятков ясно и просто
Словом красивым зовем — **девяносто**.

100!

Еще один шаг и…
Внимание! Стой!
Важнейшее слово: короткое **СТО**!
Один, два ноля пишем цифрами кратко,

Сто означает десять десятков.

Чет и нечет

Все числа встали на учет,
Закону не перечат.
И если где-то будет чет
То, значит, рядом нечет?
Чет и нечет, снова чет.
Так все дальше и течет.

От перемены мест в арифметике

Когда сложишь семь и три, десять получается.
Ну, а сумма «три плюс семь» вновь дести равняется.
От перемены мест слагаемых
Сумма не меняется.

В жизни

Федор, мальчик пяти с лишним лет,
Попросил свою маму в обед
Дать пирожное вместо второго,
А картошку на третье он съест.
И не будет ни капли плохого
От такой перемены мест.
(А как думаешь ты?)

Четыре действия

Всем известно, что умножить —
Это значит умно жить.
И делить не всякий может.
Легче вычесть и сложить.

Таблица умножения

Не добьется никогда в жизни уважения,
Кто не знает наизусть таблицы умножения.

Геометрия

Прямая

Эта дама очень упряма,
Она всегда идет прямо
И от точки и до точки,
Несмотря на мох и кочки,
Безо всякой проволочки,
Остановки и отсрочки.
Как ни думай, ни крути —
По кратчайшему пути.

Отрезок

Здесь ты видишь отрезок,
Этот парень резок.
С ним играй осторожно.
Уколоться можно.
Параллельные прямые
Запомнить надо на всю жизнь,
словами не бросаются:
Параллельные прямые не пересекаются.
И не по-щучьему велению,
А по определению.

Перпендикуляр

Но если в раздумье застынет школяр,
Примером пусть служит перпендикуляр.
Ведь к цели идет он не как-нибудь,
А выбирает кратчайший путь.

Прямая и прямой угол

В огороде всегда много пугал.
Есть остров такой — Сардиния.
Прямым может быть и угол,
Прямой может быть и линия.

Тупой угол

Если человек тупой, это очень плохо.
Может угол быть тупым. Тут не надо охать.

Со всех сторон

У угла есть сторона, точней, стороны.
Сторонами мы зовем звенья ломаной.
Во все стороны летят птицы вороны.
А какие ты еще знаешь стороны? —
А ну, отойди-ка в сторону, —
сказал неправильный треугольник правильному.
«Надо сторониться таких драчунов», —
подумал важный выпуклый четырехугольник.
И отошел в сторону.

Треугольник

Без усилий каждый школьник
Нарисует треугольник.

Диагональ

Между двух вершин она,
Но совсем не сторона.
Очень важная деталь,
Это же. диагональ!
Окружность и круг
Круг — всем ребятам друг.
Окружность и круг
Появились не вдруг.
Здесь ты видишь окружность и круг.
Самое главное то, что окружность — вокруг.
Окружность может быть красная, синяя,
Но все равно это — линия.

Параллелограмм

— Ты не знаешь, сколько грамм

Весит параллелограмм?
Не могу понять, в чем дело?
Сколько это, «параллело»?
— Где, дружок, твоя культура?
Параллелограмм — фигура,
Знает каждый школьник в мире.
У него сторон — четыре.
Их рисуют не бесцельно,
А попарно параллельно.

Прямоугольники и ромбы

Знал бы больше, нипочем бы
Ты не спорил с мамой,
Прямоугольники и ромбы —
Параллелограммы.
С равными углами
Или сторонами.

Квадрат

И квадрат, подумай сам,
Тоже параллелограмм.
А я всю жизнь люблю квадрат
И встрече с ним ужасно рад.
Почему такой он статный?
Потому что весь квадратный.
Параллелепипед и куб
У параллелепипедов есть свой клуб,
А председатель в этом клубе — куб.

Пирамида

Пирамиды стали строем,
У них пир идет горою.
Несмотря на утро раннее,
На законном основании.
Не слышны здесь звуки брани,
Все протерли свои грани,
Улыбаются добро,
Не толкают под ребро.

И у каждой на вершине
Свет сияет синий-синий.

Призмы и пирамиды

Призмы и пирамиды —
почти что одна компания,
Но у кого-то одно,
А у кого-то два основания.

Прямая и наклонная призма

Призма бывает прямая,
Она идет вверх колонной.
Но призма бывает иная,
Ее называют наклонной.